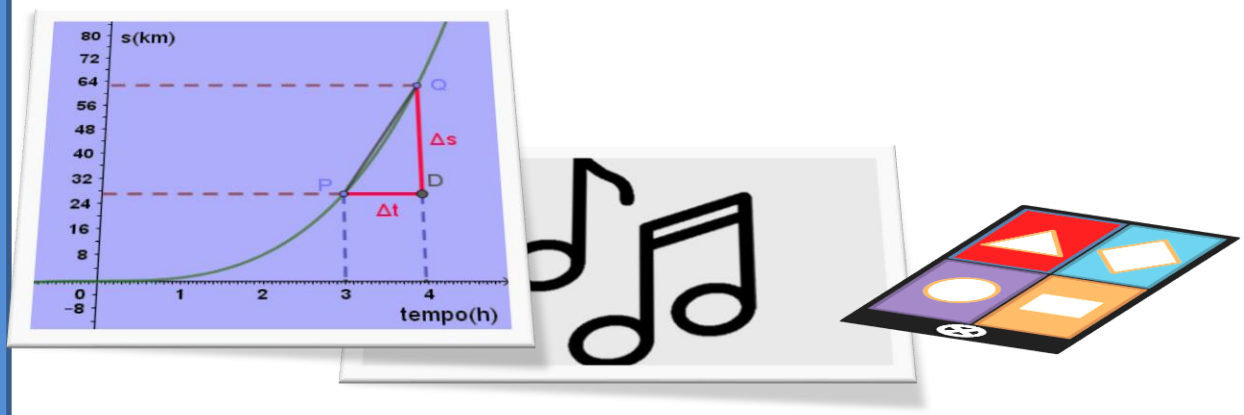
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS DE CINEMÁTICA E POTÊNCIA COM O CÁLCULO DIFERENCIAL



Esp. Marina Gomes da Silva

Dra. Pâmella Gonçalves Barreto

Metodologias Aplicadas

- Música
- Modelagem Matemática
- Jogos educativos tecnológicos

MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

UFT Universidade Federal do Tocantins

SBF Sociedade Brasileira de Física

MARINA GOMES DA SILVA

PÂMELLA GONÇALVES BARRETO

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS DE CINEMÁTICA E POTÊNCIA COM O CÁLCULO DIFERENCIAL

1ª Edição

Araguaína – TO
2019

©2021 Érica Cupertino Gomes
1ª Edição - 2019
ISBN 978-65-00-35203-0

Ficha Catalográfica

Silva, Marina Gomes da e Barreto, Pâmella Gonçalves
Sequências Didáticas de Cinemática e Potência com o cálculo diferencial / Marina Gomes da Silva e Pâmella Gonçalves Barreto – 1ª edição – Araguaína, TO: Editora Érica Cupertino Gomes, 2019.
69 p.;15 x 20 cm.
ISBN 978-65-00-35203-0
Conteúdo: Física

1. Ensino de Física 2. Física Básica 3. Limites e derivadas 4. Sequência Didática

Índices para catálogo sistemático: 530

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **5**

2 CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO **6**

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **8**

3.1 Aprendizagem significativa 8

3.1.2 O papel do professor e do aluno 9

3.2 Cone de Aprendizagem de Edgar Dale 10

4 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE FÍSICA **13**

4 .1 Música **13**

4.2 Modelagem matemática **14**

4.3 Jogos educacionais 15

5 CÁLCULO DIFERENCIAL **17**

5.1 Limite **17**

5.2 Derivadas **19**

5.2.1 Notação de derivadas 22

5.2.2 Técnicas de Derivação 22

5.2.2.1 Derivada de uma constante 22

5.2.2.2 Derivada da potência 22

5.2.2.3 Derivada do produto de uma constante por uma variável 23

6 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS **34**

6.1 Música e a noção de limites e derivadas 34

6.1.1 Velocidade Instantânea, Movimento Uniforme e Uniformemente Variado 34

6.2 Modelagem matemática e aplicação das regras de derivação 41

6.2.1 Movimento uniformemente variado: Queda livre 41

6.3 Jogos Educacionais e o Ensino de Potência 50

6.3.1 Potência 50

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS **59**

REFERÊNCIAS **60**

APÊNDICE A - FICHA DE ACOMPANHAMENTOS DAS AULAS PELOS ALUNOS **62**

APÊNDICE B - AVALIAÇÃO DO MOVIMENTO UNIFORME **70**

APÊNDICE C - AVALIAÇÃO DO MOVIMENTO UNIFORMENTE VARIADO **71**

APÊNDICE D - AVALIAÇÃO DE POTÊNCIA **73**

1 INTRODUÇÃO

As Sequências Didáticas têm como objetivo contribuir para prática docente dos professores de Física que ministram aulas na 1ª série do ensino médio, a partir de transposições didáticas de tópicos do Cálculo Diferencial aplicadas ao ensino de Cinemática e Dinâmica em sala de aula. Nesta perspectiva, foram explorados os seguintes conteúdos de Física-Mecânica: movimento uniforme (MU); movimento uniformemente variado (MUV) e potência através de sequências didáticas (SD) que envolvem a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais.

A primeira parte do material faz uma imersão à importância da aplicação do Cálculo no ensino de Física e como ele é importante para compreensão dos movimentos e dos avanços tecnológicos. Além de fazer uma reflexão sobre a fundamentação teórica e de algumas metodologias que podem ser aplicadas durante o ensino didático.

Na última parte do material didático produzido são apresentadas três sequências didáticas (SD), utilizando a Música, a Modelagem Matemática e Jogos Educacionais aplicáveis ao ensino de Física.

As atividades foram elaboradas de acordo com a perspectiva ausubeliana da aprendizagem significativa, a qual tem como foco a construção do conhecimento a partir da interação aluno-professor no processo ensino e aprendizagem. Leva em consideração que a "chave" para que haja uma aprendizagem significativa é aquilo que o aprendiz já sabe, ou seja, o que existe na sua estrutura cognitiva e que Ausubel chama de subsunçor. Então, as relações cognitivas da nova informação e a já existente, ampliam o conhecimento e dão significados e sentidos para o objeto de estudo**.**

O material didático foi idealizado para facilitar a prática pedagógica, motivar o interesse e a participação do aluno e proporcionar uma aprendizagem significativa dos conteúdos de MU e MUV, objetos de estudo da Cinemática e de Potência da parte de Dinâmica. Mas, que podem ser ampliadas e desenvolvidas para outros temas relacionados as diversas áreas do ensino de Física, e de Ciências em geral, que utilizam a Matemática no seu ensino.

2 CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO

A compreensão do movimento requer ir além da memorização de fórmulas presentes no ensino médio, os conceitos básicos da Física podem ser apreendidos utilizando-se as ideias do Cálculo Diferencial, e oportunizando ao aluno um outro recurso para solucionar problemas envolvendo movimento. Nesta perspectiva, como usar o Cálculo no ensino de Física básica?

A Cinemática é a área da Física que estuda os movimentos, sem, no entanto, investigar as causas que os produzem e modificam (HELOU; GUALTER; NEWTON, 2016, P.21). Um grande avanço científico que permitiu a compreensão do nosso mundo em movimento foi o desenvolvimento do Cálculo Diferencial, a visão estática da matemática grega predominante até então, foi superada com essa nova área da Matemática (REZENDE, p. 110). Portanto, é importante que o aluno, ainda no ensino médio, tenha contato com as ideias do Cálculo para uma aprendizagem significativa dos movimentos e dos avanços tecnológicos.

Segundo Ávila, o ensino do MU, em que a velocidade é constante e diferente de zero, a presença do Cálculo mostra-se com pouca relevância. Entretanto, no MUV o ensino seria mais simples e a compreensão pelos alunos mais fácil com a noção de derivada.

> [...], desassistido da noção de derivada, o professor de Física faz uma ginástica complicada para apresentar o movimento uniformemente variado. E as coisas seriam bem mais simples para ele e muito mais compreensíveis para o aluno se esse ensino fosse feito à luz da noção de derivada, interpretada como velocidade instantânea. (ÁVILA, 1991, p.4)

Rezende, (2001) na sua tese de doutorado afirma que no curso inicial de Cálculo, o significado, o sentido dos resultados deve prevalecer sobre a sua justificativa lógica (demonstração) e a definição formal de limite. Portanto, é mais significativo discutir ideias do que a apresentar e reproduzir demonstrações de um resultado matemático. E ainda, que:

> A relação do Cálculo com outras áreas do conhecimento não deve ser realizada apenas em termos de aplicações e no final do processo de construção de seus conceitos básicos; tal relação deve ser antecipada, ser o carro chefe das ideias geradoras dos conceitos básicos do cálculo. A noção de velocidade, por exemplo não é meramente uma aplicação do conceito de derivada; velocidade é, isto sim, um dos principais elementos do núcleo semântico do conceito de derivada. (REZENDE, 2001, p. 235)

Essas ideias nortearam a elaboração das sequências didáticas deste material e a construção de uma rede de significação e sentido para o aluno dos tópicos da Cinemática no Ensino Médio. Apresenta-se neste material didático as ideias do Cálculo com o mínimo de rigor e formalismo, apoiando-se na intuição, nos problemas da Física, e nas representações

geométricas que lhes deram origem. Dessa forma aproximando os alunos das ideias do Cálculo e do movimento estudado na Física e presente no mundo dinâmico em que vivemos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Aprendizagem significativa

Para elaborar e fundamentar as sequências didáticas levou-se em consideração as ideias do norte americano David P. Ausubel e da sua teoria cognitivista da aprendizagem significativa, por trazer uma reflexão específica sobre a aprendizagem e o ensino no âmbito escolar e não apenas a generalização ou transferência de conceitos extraídos de outras situações ou contextos de aprendizagem (Coll, p. 231).

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel busca explicar a epistemologia do conhecimento baseado na concepção cognitivista do sujeito. Nesta concepção, o que deve ser desenvolvido pelo sujeito é a habilidade de organizar informações de forma hierárquica em sua estrutura mental, de modo a acessá-las no futuro. Para ele, aprendizagem significa organizar e integrar o material na estrutura cognitiva.

A estrutura cognitiva, segundo Coll (2000, p. 231) "é compreendida, como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de abstração e de generalização". Com isso, considera que a aprendizagem escolar se caracteriza de forma global como "assimilação a rede de determinados corpos de conhecimentos conceituais, selecionados socialmente como relevantes e organizados nas matérias escolares". Moreira e Masini (2006, p. 14), define a estrutura cognitiva como um complexo organizado resultante dos processos mediante os quais se adquire e utiliza o conhecimento. E ainda que,

> Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que os conceitos relevantes e inclusivo estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem para novas ideias e conceitos. (MASINI; MOREIRA, 2001, p. 14)

Portanto, a aprendizagem significativa ocorre através de uma interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o material ou conteúdo de aprendizagem. A medida que novos conceitos são aprendidos, essa estrutura é modificada através da interação com a nova informação, uma vez que integra o novo material e modifica a função da ancoragem.

Os professores e alunos durante o processo ensino-aprendizagem necessitam compreender como agir neste cenário de cognição, por isto é importante enfatizar o papel de cada um no contexto de sala de aula e as contribuições da aprendizagem significativa como facilitadora desse processo.

3.1.2 O papel do professor e do aluno

Para Moreira e Masini (2001, p. 47), o papel do professor é o de auxiliar o aluno a assimilar a estrutura da matéria de ensino e a reorganizar sua própria estrutura cognitiva, mediante a aquisição de novos significados que podem gerar conceitos e princípios. Nessa perspectiva o professor deverá:

- Organizar os conteúdos e selecionar as ideias básicas do assunto para não sufocar o aluno com informações irrelevantes, de modo a facilitar a construção de uma estrutura cognitiva adequada;
- Coordenar e integrar o assunto em seus diferentes níveis;
- Programar e organizar a sequência do assunto a partir de uma ordem lógica interna, planejando a montagem dos exercícios práticos.

O professor exerce um papel fundamental na identificação dos conceitos básicos da matéria, na forma como eles são estruturados e no planejamento para sua execução em sala de aula.

Como realizar uma sequência didática baseada na teoria ausubeliana? Uma aula significativa é estruturada visando facilitar no aluno a construção de significados sobre o que ele está aprendendo. Lembrando que Ausubel considera essencial, para esse planejamento, que o professor descubra o que o aprendiz já sabe, quais subsunçores estão presentes na sua estrutura cognitiva sobre o assunto. Neste sentido, podemos considerar três aspectos relevantes na estruturação de uma sequência didática:

- Relacionar o assunto a ser ensinado com situações próximas a realidade dos alunos e que contenha o conteúdo, levando-os a construir o sentido e significado do conteúdo a ser ensinado. Nesse intuito, pode-se utilizar como recursos imagens, vídeos, música, jogos, textos, diálogos, enquetes, quiz entre outros.
- Apresentar o tema aos alunos explorando a situação inicial e relacionando-o com o conteúdo sistematizado a ser ensinado, favorecendo a transição do sentido (subjetivo) para o significado (sistematizado) do novo material. Os conceitos não devem ser apresentados prontos devem ser construídos pelo professor junto com os alunos, dando-lhes significados e ampliando o conhecimento prévio do aluno sobre determinado assunto.
- Verificar se ocorreu aprendizagem significativa apresentando situações ou desafios próximo a realidade dos alunos, utilizando-se diferentes instrumentos

avaliativos: mapas conceituais, diálogos, desenhos, questionários, simulações, entre outros.

De acordo com a teoria de aprendizagem aqui proposta, o aluno e sua predisposição para aprender são essenciais para o processo de aprendizagem. Não há aprendizagem sem a intenção do aluno em aprender. Então, a aula só é significativa quando o aluno mantém sua mente ativa e mobiliza sua estrutura cognitiva para assimilar o novo material. Portanto, deve-se manter o cérebro do aluno atento, isso pode ser feito questionando-o no decorrer da aula, propondo que eles falem de experiências que envolvem o assunto ensinado, entre outras estratégias que são próprias da criatividade e individualidade de cada professor.

3.2 Cone de Aprendizagem de Edgar Dale

A aprendizagem é um processo complexo que requer diferentes técnicas de ensinar para mobilizar a estrutura cognitiva a aprender. Edgar Dale através de suas pesquisas observou e classificou a eficácia pedagógica de variadas formas de ensino como leitura, símbolos, dramatizações, simulações, música, entre outras. Baseado nessas observações elaborou o Cone de Experiências.

O Cone de Experiência de Edgar Dale traz informações sobre a natureza da participação do indivíduo e suas influências na aprendizagem. No topo do cone encontra-se experiências com símbolos verbais, e sua posição indica que esse tipo de participação tem pouca influência na lembrança da informação vivenciada. É possível perceber no cone que à medida que são proporcionados diferentes tipos de estímulos de participação dos indivíduos no processo, sejam elas verbais, visuais ou de esforço a retenção da informação de determinado conteúdo se torna mais significativa e retém-se na memória com maior facilidade as experiências na qual o indivíduo participa ativamente do processo. Na Figura 1, a base mais larga indica que as experiências diretas e propositadas são as que permanecem por mais tempo em nossa memória.

Figura 1 - Cone de Aprendizagem de Edgar Dale

Fonte: Freitas, 2011(3ª Adaptação do cone de Edgar Dale).

Nesta 3º adaptação do cone de Edgar Dale, Freitas (2011) ressalta a importância que os diferentes recursos metodológicos exercem sobre a aprendizagem do estudante, conforme a natureza da sua participação ao entrar em contato com o objeto do conhecimento. Quanto maior sua atuação e participação maior será o impacto na memorização e no armazenamento da informação e, consequentemente, na sua aprendizagem.

Em contrapartida, se a natureza da nossa participação for passiva e de impacto verbal, o que exigi uma maior abstração, tal como a leitura de um texto a memorização é de curta duração, comprometendo o aprendizado. E ainda, quando tem-se estimulo visual e verbal, embora passivos, quando associados, tem uma maior retenção em nossa memória. Ou seja, assistir um vídeo, filme, *clipe* musical e entre outros, facilita o aprendizado.

Analisando o Cone de Experiências e a relação entre a aprendizagem e os sentidos, torna-se possível perceber que é viável a inserção de diferentes recursos: verbais, visuais e de ação em sala de aula.

Estas diferentes ações auxiliam o aprendiz na retenção, por mais tempo em sua estrutura cognitiva do conteúdo ensinado. Neste intuito, a construção das sequências didáticas proposta neste material exploram metodologias diversificadas, a saber: a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais, para facilitar a compreensão dos conceitos Físicos.

Com ele, o professor poderá aplicar diferentes recursos tecnológicos, tais como: áudio, vídeos, softwares, projetor de imagens e animações que propiciem ao aluno, diversificados modos de abstrair e compreender o conteúdo físico que se pretende ensinar, favorecendo uma melhor aprendizagem a um número maior de aprendizes.

4 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE FÍSICA

4 .1 Música

A música como recurso didático proporciona um ambiente agradável, alegre e descontraído, ambiente que favorece a afetividade e a aprendizagem, pois desperta a curiosidade, o interesse do aluno e o seu envolvimento nas atividades dos conteúdos programáticos. Contribui ainda, para que os alunos se expressem e participem ativamente do processo de aprender a aprender.

O conhecimento espontâneo que os alunos manifestam podem ser transformados através da música em saber científico.

> A música em sala desenvolve habilidades, define conceitos e conhecimentos e estimula o aluno a observar, questionar, investigar e entender o meio em que vive e os eventos do dia a dia, através da musicalidade. Além disso, estimula a curiosidade, imaginação e o entendimento de todo o processo de construção do conhecimento de forma sonora e descontraída. (MOREIRA, SANTOS, COELHO, 2014, p. 57).

Na primeira Sequência Didática (SD), a música 120...150..200 km/h de Roberto Carlos, disponível no link: *https://www.letras.mus.br/roberto-carlos/225455/* é explorada com intuito de aproximar a realidade dos alunos dos conceitos físicos de velocidade média, velocidade instantânea e do Cálculo Diferencial envolvendo a noção de limite e derivadas. Dessa forma, são exploradas as noções intuitivas dos temas, a identificação de grandezas, de referencial e a construção de tabela. Na verificação da aprendizagem dessa SD é utilizando o *software GeoGebra*[1] para realizar manipulações que permita aos alunos descobrir a variação da velocidade em cada instante e compreender que o cálculo de limite da função velocidade média, quando o tempo é muito pequeno, ou seja, tende a zero, nos fornece a velocidade instantânea.

O conhecimento adquirido na primeira parte da SD é ampliado através da introdução dos conceitos básicos da operação de derivação e das regras da constante, da potência, e o caso especial, do produto da constante por uma potência de expoente 1 (um) para derivar. A partir

[1] O software GeoGebra está disponível gratuitamente no site https://www.geogebra.org.

de então o aluno pode perceber que o uso das derivadas facilita a resolução de situações que envolvem a velocidade, espaço e aceleração.

4.2 Modelagem Matemática

Na perspectiva de construir uma SD que proporcione uma aprendizagem significativa sobre o MUV, utiliza-se como recurso metodológico a Modelagem Matemática. Este recurso permite ao professor e ao aluno perceber a relação entre os símbolos, as fórmulas, os gráficos, as tabelas e a situação real. Na maioria das vezes, essa relação exige um elevado pensamento abstrato e os alunos nem sempre conseguem abstrair quando se usa apenas o recurso da aula expositiva. Segundo Bassanezi (2013, p.24) a:

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situação da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2013, p. 24)

Como a Modelagem Matemática é o processo pelo qual se obtém um modelo matemático, o que seria esse modelo? De acordo com Bassanezi (2013, p.20), resumidamente pode-se dizer que o modelo é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto em estudo. Para Biembengut e Hein (2005, p.31) apontam três etapas fundamentais da modelagem no ensino – modelação: interação, matematização e modelo.

Na elaboração da segunda SD, consideram-se as três etapas fundamentais para a modelagem no ensino, segundo Biembengut e Hein (2005): a interação, a matematização e o modelo. Na etapa de interação, realizou-se a simulação de uma bola caindo para estudar o MUV de queda livre e construir o modelo matemático da situação. O evento foi filmado e o vídeo transferido para o computador. Utilizou-se o *software Tracker* para analisar e gerar informações sobre os valores das grandezas físicas do espaço, tempo, velocidade e aceleração em cada instante da queda.

Na matematização, recorreu-se a construção de tabelas para relacionar as grandezas espaço e tempo coletado no *Tracker*, e construir o gráfico espaço(s) versus tempo(t). Ao analisar o gráfico percebe-se que é uma parábola, cujo modelo matemático é do tipo $f(x)= ax^2+bx +c$. Então, relaciona-se o modelo com os dados obtidos na simulação, e os coeficientes da variável de acordo com a notação física $s(t) = s_0 +v_0t - \frac{g}{2}t^2$. Observa-se então, que a velocidade

inicial e o tempo são iguais a zero, pois a bola inicialmente se encontrava em repouso, a partir no instante que ela é solta inicia-se a contagem do tempo. Portanto, para construção do modelo físico é necessário encontrar a aceleração da bola e sua posição inicial. A posição inicial pode ser encontrada no eixo vertical na posição de valor em que a partícula inicia o movimento de queda.

No movimento em queda livre usa-se a aceleração da gravidade, que na Terra é de aproximadamente $g = 9{,}8\ m/s^2$, podendo-se arredondar para $g = 10 m/s^2$.

Entretanto, este resultado da aceleração da gravidade foi diferente do obtido no *software Tracker*. Ao escolher um valor para o tempo e sua correspondente posição e substituir no modelo simplificado $s(t) = s_0 - \frac{g}{2}t^2$, encontra-se a aceleração da gravidade de $g= -10{,}2\ m/s^2$. O valor negativo da aceleração se deve ao referencial escolhido para a trajetória, em que se adotou o eixo vertical para cima como sentido positivo do espaço.

Assim, obteve-se o modelo matemático para o movimento de queda livre observado na simulação.

O modelo matemático é validado através da comparação dos seus resultados com os obtidos no *software Tracker*, e mostrou-se viável para representar o evento. Realizou-se um estudo para compreender por que a aceleração da gravidade não foi exatamente igual a registrada nos livros didáticos. Nota-se que as condições da simulação interferiram na análise dos resultados pelo *software*, tais como a filmagem e a calibração da imagem que ficou comprometida (sem foco) em determinados instantes.

Entretanto, conclui-se que a diferença não comprometeu a aprendizagem significativa do conteúdo.

4.3 Jogos educacionais

A dinâmica de um jogo, seja didático ou não, oferece a oportunidade do trabalho em equipe, do respeito as regras e aos participantes, da descoberta, da criatividade, do raciocínio lógico ao interesse dos participantes em solucionar o problema para vencer o jogo. Com todos esses atrativos, na última sequência didática (SD), recorre-se a esta metodologia para introduzir o conteúdo de Potência.

Inicialmente, buscou-se um jogo que despertasse o interesse do grupo para o conteúdo. E que fosse possível explorar o conhecimento espontâneo dos alunos, construído ao longo da sua trajetória pessoal, suas experiências individuais e coletivas sobre o tema. Escolheu-se o *Kahoot* que é uma plataforma *game web quiz*, onde é possível criar um quiz com a inserção

de perguntas e respostas *on-line*. A plataforma é gratuita e para construir o jogo o professor deve realizar o seu cadastro. Depois de cadastrado ele pode inserir as questões elaboradas sobre o conteúdo que deseja trabalhar, com enunciados curtos, devido a limitação de caracteres. As questões devem ter quatro alternativas e a correta ser assinalada. O *Kahoot* permite ao usuário inserir imagens e vídeos na elaboração das perguntas.

Em sala de aula ou no laboratório de informática é necessário que o professor utilize um projetor para apresentar as questões aos alunos, que individualmente ou em grupos devem estar conectados à internet através de *notebook*, *smartphone* ou *tablet*. As questões são projetadas e os alunos nos seus aparelhos tecnológicos marcam a alternativa correta. O *Kahoot* realiza o acompanhamento em tempo real, individual ou em grupo dos participantes do jogo.

Iniciou-se o *quiz* com a projeção de imagens de quatro veículos e de suas respectivas potências. É questionado qual é o carro que apresenta melhor desempenho? Os alunos analisam a questão e marcam a alternativa que acharem correta, através do seu celular[2]. Essa resposta é enviada automaticamente para a tela de projeção do jogo que é controlada pelo professor. Para cada pergunta é estipulado um tempo de, no máximo 120 segundos. O fator tempo exige que o aluno ou grupos de alunos tenham muita atenção e rapidez na solução da questão.

Finalizada a primeira etapa o professor utiliza-se das imagens para sistematizar o conteúdo de Potência Média e Potência Instantânea. Na última fase, da verificação da aprendizagem os alunos são convidados a participarem de um jogo de adivinhação sobre o tema.

O jogo é realizado através de fichas contendo 5 dicas sobre os tópicos estudados. Então, escolhe um número de 1 a 5, o professor lê a dica, caso acerte o grupo pontua, caso erre a vez passa para o grupo seguinte, que deverá dizer um número de 1 a 5 diferente do anterior, e assim, sucessivamente.

[2] Este tipo de jogo também pode ser realizado no laboratório de informática da instituição de ensino e as perguntas inseridas no *kahoot* podem ser feitas por qualquer professor de diferentes disciplinas que queira aderir a mais esta metodologia de ensino.

5 CÁLCULO DIFERENCIAL

5.1 Limite

O conceito intuitivo de limite pode ser construído a partir do paradoxo sobre velocidade instantânea descrito abaixo:

Num dado instante o móvel estará num único ponto. Logo, não estará em movimento. Sem movimento, sem velocidade. Não dá para usar $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0}{0}$, e agora?

Como resolver esse paradoxo? No século XVII dois grandes Físicos e Matemáticos Newton e Leibniz, respectivamente, usando a razão entre infinitésimos, números infinitesimamente pequenos, nos ajudam a compreender e a resolver problemas como esse de variabilidade. Para isso, tem-se que observar e definir movimento, isso requer que se olhe a posição do objeto em mais de um instante de tempo. A operação Matemática que nos permite compreender o movimento dos objetos é o conceito de Limite.

A velocidade escalar instantânea v pode ser entendida como limite da velocidade escalar média, $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, para um intervalo de tempo Δt extremamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \to 0$). E escrevemos: $v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Os modelos matemáticos da velocidade geralmente adotados no Ensino Médio são insuficientes para serem aplicados em muitos problemas que envolvem velocidade instantânea. É necessário, então, compreender outros conteúdos/conhecimentos matemáticos para suprir essa deficiência, como a aplicação do processo de limite para calcular o movimento descrito por qualquer função horária.

Praticando 1: Desenvolva o processo de limite para calcular a velocidade instantânea. Considere um móvel com função horária s(t) = t^3, t >0. Encontre a velocidade em km/h desse móvel no instante t=2h.

Solução:

Não é possível aplicar, neste caso, as equações da velocidade presentes no Ensino Médio. Nesta etapa não se estuda a velocidade de um móvel descrita por uma função do 3º grau. Mas, pode-se encontrar a velocidade média, através da função horária da posição s(t) e conhecer

o deslocamento realizado pelo móvel em instantes próximo de t=2h. Podemos usar os instantes t=2h e t=4h.

Tabela 1 – Apresenta o cálculo da posição em função do

t (h)	s(t) = t^3
2	s(2) = 2^3=8
4	s(4)=4^3=64

Fonte: Autora, 2018.

i) Cálculo da velocidade média do móvel nesse intervalo de tempo de 2h.

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{s(4)-s(2)}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \frac{\mathbf{64-8}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{56}}{\mathbf{2}} = 28 \text{ km/h}$$

Consideramos um intervalo de tempo grande, em 2h o móvel pode ter variado muito à sua velocidade. É conveniente pensar em reduzir esse intervalo de tempo a uma aproximação melhor da velocidade no instante t=2. Observe a partir da Tabela 2, o seu comportamento.

Tabela 2 - Apresenta o cálculo da velocidade média (km/h) com intervalos de tempo cada vez menores.

t	t_0	Variação do Tempo Δt	Velocidade (km/h) $vm = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	28
3	2	1	19
2,1	2	0,1	12,61
2,01	2	0,01	12,0601
2,001	2	0,001	12,006001
...	2	...	...
(2+Δt)	2	$(2 + \Delta t)$- (2)	$\frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t}$

Fonte: Autora, 2018.

ii) Percebe-se na Tabela 2, que uma boa aproximação para a velocidade instantânea é v(2)=12 km/h. Considerando um o intervalo Δt qualquer e substituindo na função horária da posição, vamos calcular a equação da velocidade média. (**Lembrete: Cubo da soma de dois termos: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$**

Tabela 3 - Registra a posição da partícula em função de um intervalo de tempo qualquer

Tempo (t)	**Função Horária: s(t)=t^3**
$(2+\Delta t)$	$s(2+\Delta t) = (2+\Delta t)^3$ $= 8 + 3.4\Delta t + 3.2.\Delta t^2 + \Delta t^3$ $= 8 + 12\Delta t + 6\Delta t^2 + \Delta t^3$
2	s(2) = 2^3 =8

Fonte: Autora, 2018.

Deve-se aplicar os valores encontrados na tabela 3 na equação da velocidade média, e reescrevê-la da seguinte forma:

$$v_m = \frac{s(2+\Delta t) - s(2)}{\Delta t} = \frac{(2+\Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t} = \frac{8 + 12\Delta t + 6\Delta t^2 + \Delta t^3 - 8}{\Delta t} =$$

$= 12 + 6\Delta t + \Delta t^2$ (velocidade média para um intervalo de tempo qualquer)

Fazendo Δt próximo de zero, ou seja, $\Delta t \to 0$ (Δt tende a zero), o intervalo de tempo se torna próximo do instante t=2h e o valor da função tenderá a velocidade instantânea. Logo, a velocidade instantânea é o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo Δt tende a zero.

iii) Agora, basta aplicar o processo de limite sobre a função da velocidade média do item (ii) e calcular a função horária da velocidade instantânea.

$\boldsymbol{v}_{\text{inst}} = \lim_{\Delta t \to 0} 12 + 6\Delta t + \Delta t$ (Elimina-se os termos com Δt, pois, tendem a zero)

$\boldsymbol{v}_{\text{inst}}$ = 12 km/h.

Você deve ter achado trabalhoso o uso de limite para calcular a velocidade instantânea, os cálculos se tornam menores usando a operação de derivada.

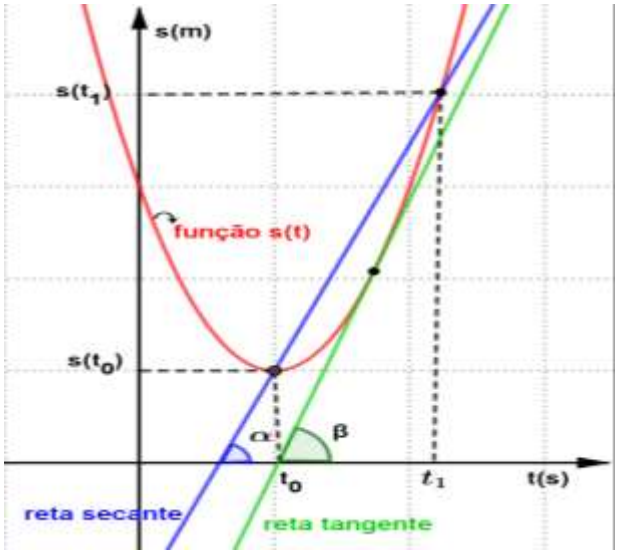
5.2 Derivadas

Na Cinemática pode-se interpretar a derivada como a taxa de variação instantânea da posição (s) de um móvel ou partícula em relação ao tempo (t) e representá-la geometricamente como a inclinação da reta tangente à curva da função horária do espaço.

Geometricamente, a taxa de variação de um móvel ou partícula é dada pela inclinação de uma reta em relação ao eixo horizontal, cuja equação é do tipo y = ax + b e intercepta a curva

em algum dos seus pontos. Como exemplo, considere que o movimento de uma partícula é descrito graficamente conforme a Figura 3, pela função horária $s(t)= at^2+bt+c$ no Sistema Internacional de Unidades (SI).

Figura 3 – Gráfico da função horária $s(t)= 2t^2+4t+3$ de uma partícula. No SI a posição é medida em metros (m) e o tempo em segundos (s).



Fonte: Autora, 2018

Observe o gráfico e responda: Qual a diferença entre a reta secante e a reta tangente à curva s(t)?

Solução:

A **reta secante** passa por dois pontos da curva, enquanto que a **reta tangente** intercepta apenas um ponto da curva s(t) no intervalo de tempo t_0 e t_1, sendo a que melhor representa as características da curva nesse ponto.

Como podemos interpretar os coeficientes da reta secante e da reta tangente à luz da Cinemática?

- O Coeficiente angular da reta secante à curva s versus t é a taxa de variação média da função, e pode ser interpretada, numericamente, como **velocidade média.**

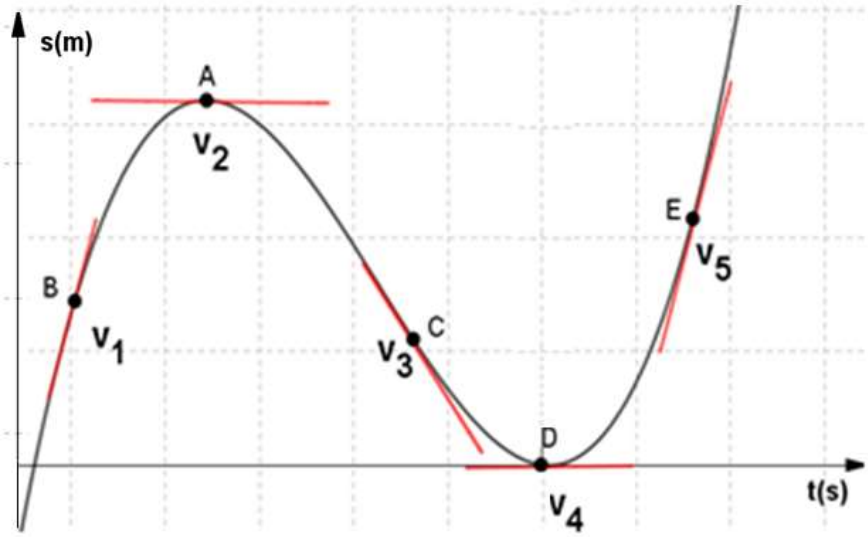
$$m_{sec} = v_m = \text{tg}\,\alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- O coeficiente angular da **reta tangente** a curva s versus t é taxa de variação instantânea ou **velocidade instantânea**, que é obtida através do limite da inclinação da reta secante sobre à curva s(t).

$$m_{tg} = v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \text{tg}\,\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Portanto, graficamente **a inclinação da reta** nos revela a velocidade do movimento de uma partícula em função do tempo. Assim, **quanto mais inclinada é a reta tangente, maior é a velocidade** da partícula. A notação ds/dt é uma das representações das derivadas ordinárias que será vista adiante. Agora, analise o gráfico s×t ilustrado na Figura 4.

Figura 4 - Gráfico da função horária do MV de uma partícula com retas tangentes em alguns de seus pontos.



Fonte: Autora, 2018.

Observe o gráfico, em seguida faça o que se pede:

1) Coloque em ordem crescente o módulo, não nulo, da velocidade da partícula. Em qual ponto a velocidade é negativa? Justifique.

Solução:

Temos que $v_5 > v_1 > v_3$, pois a inclinação da reta tangente em relação ao eixo horizontal em v_5 é maior que em v_1 e v_3. A velocidade é negativa no ponto C, e em todo intervalo entre A e D.

Isso significa que o móvel está no sentido contrário a trajetória escolhida.

2) Em quais pontos a velocidade se anula? O que isso significa?

Solução:

Nos pontos A e D, significa que o móvel está parado ou que está para inverter o sentido da trajetória, pois para que isto ocorra primeiro deve se ter velocidade nula, para depois se movimentar no sentido contrário.

A partir da análise do gráfico pode-se concluir que nas posições dos pontos B e E a partícula é mais rápida que no ponto C, pois a reta tangente é mais inclinada nesses pontos em relação ao eixo horizontal (tempo).

5.2.1 Notação de derivadas

A notação de derivada é essencial para compreender a linguagem matemática desta operação e sua aplicação no ensino de Física. Devido a notação de Leibiniz ser mais didática para o trabalho no ensino médio, pois exige menos abstração no seu entendimento, adotamos esta notação no desenvolvimento das sequências didáticas.

Notação de Leibiniz:

$\boldsymbol{\frac{ds}{dt}}$ [lê-se assim, a derivada de s (posição) em relação a t (tempo**)**]

5.2.2 Técnicas de Derivação

5.2.2.1 Derivada de uma constante

A primeira regra de derivação pode ser extraída da Figura 4. Observa-se no gráfico que não há inclinação da reta tangente no ponto A e D, a reta é paralela ao eixo horizontal, isto implica que a velocidade é zero, ou seja, o móvel está em repouso. Portanto, a derivada da velocidade neste ponto, também é zero.

Como exemplo, considere a função horária da velocidade de um móvel no M.U em que a velocidade é constante, representada por $v(t)=c$, onde c é constante. Então, a derivada desta função é zero e na notação de Leibiniz, escreve-se:

$\boldsymbol{\frac{dv}{dt}} = \boldsymbol{\frac{dc}{dt}} = 0$ (Lê-se: a derivada v em relação a t é igual a derivada de c em relação a t que é igual a zero). Em outras palavras: "**A derivada de uma constante é igual a zero**"

5.2.2.2 Derivada da Potência

Com frequência é necessário derivar funções horárias do tipo $s(t) = t^n$. Nestes casos, tem-se que:

"**A derivada da potência t^n, em relação a t, é igual a t elevado ao novo expoente, n diminuído de uma unidade, multiplicado por n**". Se s tem valor $v(t) = t^n$, então:

$\frac{dv}{dt} = \frac{d(t^n)}{dt} = n \cdot (t^{n-1})$, (Lê-se: a derivada de v em relação a t é igual a derivada de t elevado a n, em relação t, que resulta na multiplicação de n por t com expoente n menos 1).

Observe a aplicação desta técnica de derivação de potência na função horária da posição $s(t)=t^3$, e lembre-se que esta derivada nos fornece a inclinação da reta tangente a curva, ou seja, a função horária da velocidade instantânea. Veja:

$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3 \cdot t^{3-1} = 3t^2$, a função horária da velocidade é $v=3t^2$.

5.2.2.3 Derivada do produto de uma constante por uma variável

Se $v(t) = ct^n$ é a função horária da velocidade, em que c é uma constante, temos que: "**A derivada de ct^n, em relação a t, é igual a constante multiplicada por t elevado ao novo expoente n diminuído de uma unidade e multiplicado por n**".
Notação:

$\frac{dv}{dt} = \frac{d(ct^n)}{dt} = cnt^{n-1}$, (Lê-se: a derivada de v em relação a t é igual a derivada de ct^n em relação a t, que resulta em cn e em c quando n=1).

No MUV temos que a velocidade varia conforme uma aceleração constante e diferente de zero. Se a função velocidade de uma partícula é dada por v(t) = 12+3t no SI, a derivada desta função nos fornece a aceleração da partícula. Observe:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(12+3t)}{dt} = \frac{d(12)}{dt} + \frac{d(3t)}{dt} = 0 + 3 = 3m/s^2$$

Praticando 2: Considere uma pessoa se deslocando em MU, conforme a função horária dos espaços s(t) = 20+2t no SI. Calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos s×t , v×t e a×t, com o tempo variando entre 0 e 5s.

Solução:

a) Cálculo da velocidade

A resolução será feita por dois processos diferentes para calcular a velocidade: o tradicional utilizando a equação da velocidade média que é a mesma para diferentes tipos de movimentos, e outro com a aplicação do cálculo diferencial.

Tradicional

Considere que s_f é a posição final e s_i posição inicial

t_f tempo final e t_i tempo inicial

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{(20 + 2t_f) - (20 + 2t_f)}{t_f - t_i}$$

$$= \frac{20 + 2t_f - 20 - 2t}{t_f - t_i} = \frac{2(t_f - t_i)}{t_f - t_i} = 2\ m/s$$

No MU a velocidade é constante para qualquer intervalo de tempo, portanto a velocidade média é igual a velocidade instantânea: $v_m = v_{inst}$

Cálculo Diferencial

$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(20+2t)}{dt} = \frac{d(20)}{dt} + \frac{(2t)}{dt}$, equivale a $\frac{dv}{dt} = \frac{dc}{dt} + \frac{d(ct)}{dt}$

$v_{\ inst} = 0 + 2 = 2m/s$

Ao comparar os dois processos de resolução para encontrar a velocidade, verifica-se que usando a ferramenta do cálculo diferencial é mais rápido e exige menos cálculo algébrico e memorização de fórmulas.

A partir da função horária da posição os alunos deverão encontrar a velocidade e aceleração e construírem as tabelas e os gráficos de cada uma das funções.

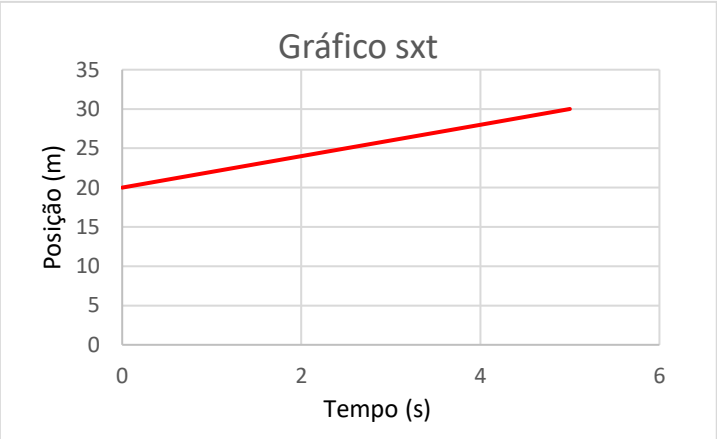
a) Esboços dos gráficos s×t, v×t e a×t,

Tabela 4 - Registra dados da posição s em função do tempo t referente ao MU.

t	s(t)=20+2t
0	20
1	22
2	24
3	26
4	28
5	30

Fonte: Autora, 2018

Figura 5 - Gráfico da função horária s(t)=20+2t no SI.



Fonte: Autores, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

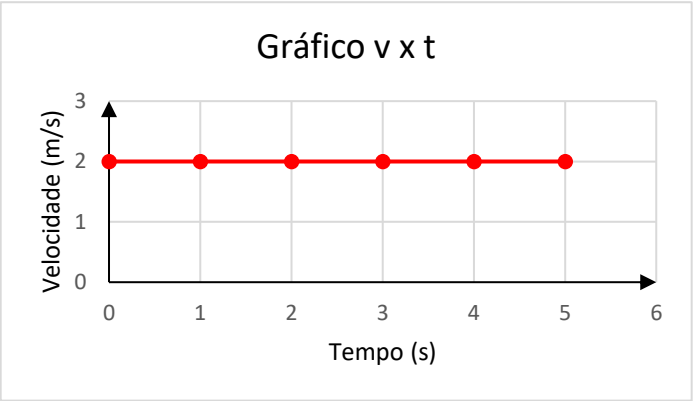
O movimento da pessoa é progressivo (v > 0), pois sua posição está aumentando no decorrer do tempo, isso significa que ela está indo no sentido adotado para a trajetória.

Tabela 5 - Registra dados da velocidade v em função do tempo t referente ao MU da pessoa.

t (s)	v(t)=2
0	2
1	2
2	2
3	2
4	2
5	2

Fonte: Autora, 2018.

Figura 6- Gráfico da função horária v(t)=2 m/s



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

Como a v(t) é função constante, ela não varia no decorrer do tempo, logo seu gráfico é uma reta paralela ao eixo horizontal do tempo (t).

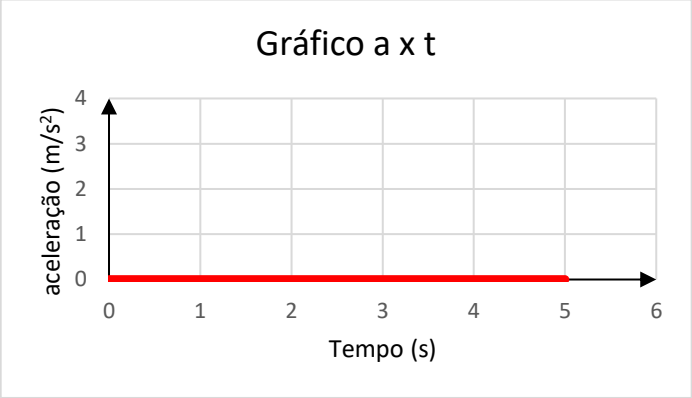
Derivando a função velocidade em relação ao tempo encontra-se a função aceleração, a partir de então constrói-se o gráfico a×t.

Cálculo da aceleração

$v = 2\ m/s$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(2)}{dt} = 0\ m/s^2$$

Figura 7 - O gráfico da aceleração a=0 m/s no decorre do tempo



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

O gráfico, Figura 7, da função a×t, é uma reta que coincide com o eixo horizontal do tempo (t), pois sem variação de velocidade não tem aceleração.

Usando as técnicas de derivação, como calcular a velocidade e a aceleração instantânea da atividade aplicando o conhecimento 1, para o instante t=2h? Sabe-se que a inclinação da reta tangente a função horária do espaço nos fornece a velocidade. E pode-se calcular esta inclinação através da derivada desta função. Logo, a derivada da função horária dos espaços nos revela a função horária da velocidade. Então:

$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3t^2$. Com t=2h tem-se que: $v = 3.(2)^2 = 3.4 = 12\ km/h$

A inclinação da reta tangente, em um ponto do gráfico da função velocidade, nos fornece a aceleração instantânea, que pode ser encontrada derivando a função velocidade v= $3t^2$.

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(3t^2)}{dt} = 6t$. Para t=2h, vem que: $a = 6t = 6.2 = 12km/h^2$

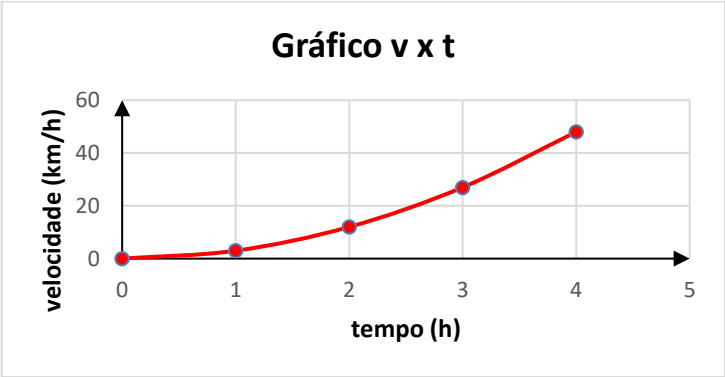
O resultado nos mostra que a aceleração varia em função do tempo. Portanto, isto significa que, neste caso, o móvel faz um movimento variado (aceleração não é constante e diferente de zero), ou seja, não é MU (velocidade constante e diferente de zero) e nem MUV (aceleração constante e diferente de zero).

Construindo os gráficos s×t, v×t e a×t, pode se entender melhor o movimento realizado pelo móvel no intervalo de 0 a 4h.

Figura 8 - O gráfico da função horária $s(t) = t^3$, com a posição em km e o tempo em h.

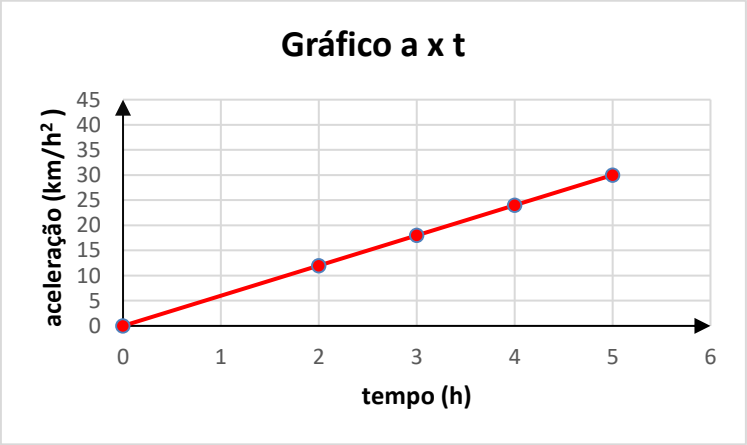
Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 9 - O gráfico da função horária $v(t) = 3t^2$ do móvel, com a velocidade em km/h



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 10 - O gráfico da função horária da aceleração $a(t)= 6t$, com aceleração em km/h^2



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Praticando 3: A função da posição no movimento retilíneo uniformemente variado é s(t) = 10 + 2t +2t^2, de acordo com o Sistema Internacional (SI), determine:

a) A função horária da velocidade.

Tradicional

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{\left(10 + 2t_f \quad + 2{t_f}^2\right) - (10 + 2t_i + 2{t_i}^2)}{t_f - t_i}$$

$$v = \frac{10 + 2t_f + 2{t_f}^2 - 10 - 2t_i - 2{t_i}^2}{t_f - t_i} = \frac{2\left(t_f - t_i\right) + 2\left(t_f + t_i\right)\left(t_f - t_i\right)}{t_f - t_i} = 2 + 2\left(t_f + t_i\right)$$

Quando $t_f \rightarrow$ t, (t_f tende a t), temos a velocidade instantânea, ou seja a velocidade num instante t qualquer. Logo,

$v = 2 + 2t + 2t = 2 + 4t$ (função horária da velocidade)

Cálculo Diferencial

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(10 + 2t + 2t^2)}{dt} = \frac{d(10)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt} + \frac{d(2t^2)}{dt} + 0 + 2 + 4t$$

$v = 2 + 4t$ (função horária da velocidade)

b) A função aceleração e calcule a aceleração.

Tradicional

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_f - v}{t_f - t} = \frac{\left(2 + 4t_f\right) - (2 + 4t_i)}{t_f - t_i} = \frac{2 + 4t_f - 2 - 4t_i}{t_f - t_i} = \frac{4(t_f - t_i)}{t_f - t_i} = 4\ m/s^2$$

Cálculo diferencial

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(2 + 4t)}{dt} = \frac{d(2)}{dt} + \frac{d(4t)}{dt}$$

$a = 0 + 4$

$a = 4\ \ m/s^2$

A função aceleração é constante, logo o valor da aceleração não varia no decorrer do tempo, esta é uma característica do MUV.

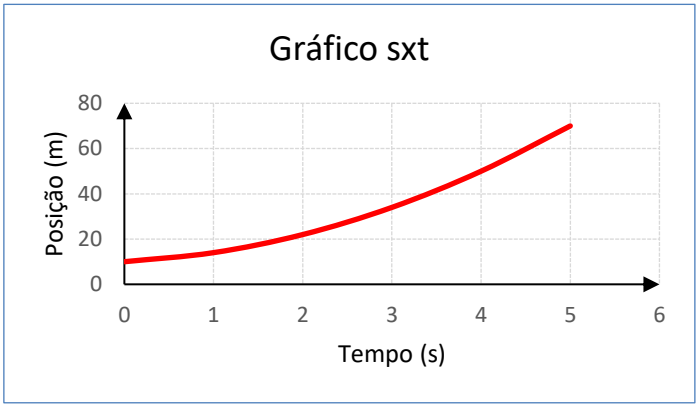
c) Esboce os gráficos s×t, v×t e a×t para o tempo variando entre 0 e 5s.

Tabela 6 - Fornece a posição s do móvel em função do tempo t

t(s)	s(t) = 10 + 2t +2t^2
0	10
1	14
2	22
3	34
4	50
5	70

Fonte: Autora, 2018

Figura 11 - O gráfico da função horária s(t) = 10 + 2t +2t^2, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Como a função horária do espaço é um polinômio do 2º grau o gráfico é uma parábola, com a concavidade voltada para cima porque a aceleração é positiva.

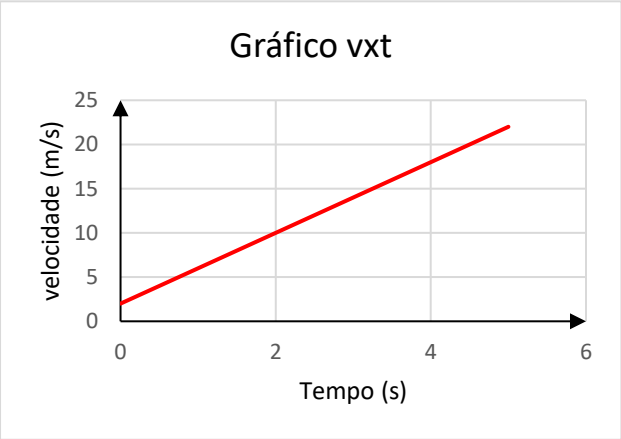
Tem-se que a função horária da velocidade é dada por $v(t) = 2 + 4t$. Atribuindo valores para t encontra-se seu correspondente da velocidade. A partir de então é possível construir o gráfico da função.

Tabela 7 - Registra a velocidade (v) do móvel em função do tempo (s).

t(s)	v(t) = 2 +4t
0	2
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22

Fonte: Autora, 2018

Figura 12 - Gráfico da função horária v(t) = 2 + 4t, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Como a velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo o gráfico é uma reta inclinada em relação ao eixo horizontal do tempo.

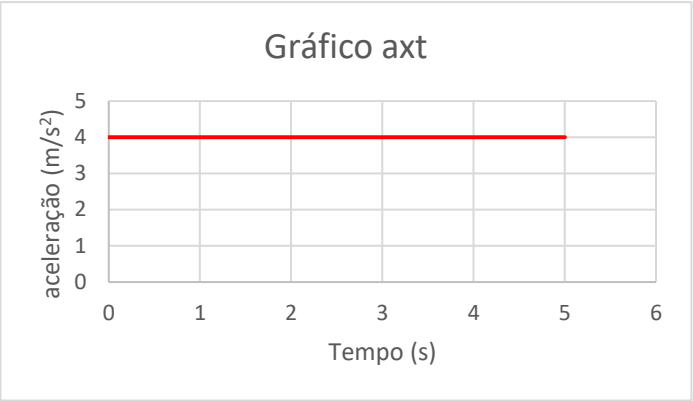
A função da aceleração é expressa por a= 4m/s^2. Como é um valor constante, seu gráfico é uma reta paralela ao eixo do tempo. A tabela 8 traz alguns pontos para a construção do gráfico.

Tabela 8 - Registra a aceleração a do móvel em função do tempo t.

t(s)	a(t) = 4 m/s^2
0	4
1	4
2	4
3	4
4	4

Fonte: Autora, 2018

Figura 13 - Gráfico da função aceleração a=4 m/s^2.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

A partir dos gráficos percebe-se que o movimento é **progressivo e acelerado**, pois o módulo da velocidade aumenta no decorrer do tempo, e também o sinal da velocidade e aceleração são iguais, no intervalo de 0 a 5s.

No Quadro 1, pode se ver o resumo dos diferentes tipos de movimento e suas principais características através do uso do Cálculo Diferencial.

Quadro 1 - Aplicação do cálculo diferencial e o estudo dos movimentos

FUNÇÃO HORÁRIA	MOVIMENTO VARIADO (MV)	MOVIMENTO UNIFORME (MU)	MOVIMENTO UNIFORMENTE VARIADO (MUV)
POSIÇÃO s(t)	s(t)= t^3	s(t)= $20 + 2t$	s(t)= 10+2t+2t^2
VELOCIDADE $v = \frac{ds}{dt}$	$v = \frac{d(t^3)}{dt}$=3t^2	$v = \frac{d(20+2t)}{dt}$ $v = \frac{d(20)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt}$ v= 0+ 2=2	$v = \frac{d(10+2t+2t^2)}{dt}$ $v = \frac{d(10)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt} + \frac{d(2t^2)}{dt}$ v= 0+2+4t = 2+4t
ACELERAÇÃO $a = \frac{dv}{dt}$	$a = \frac{d(3t^2)}{dt}$ a = 6t	$a = \frac{d(2)}{dt}$=0	$a = \frac{d(2+4t)}{dt}$ $a = \frac{d(2)}{dt} + \frac{d(4t)}{dt}$ = 0+4=4

Fonte: Autora, 2018

- MV: velocidade e aceleração são variáveis.
- MU: velocidade constante, diferente de zero e aceleração nula.
- MUV: Velocidade variável e aceleração constante.

6 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

6.1 Música e a noção de limites e derivadas

6.1.1 Velocidade Instantânea, Movimento Uniforme e Uniformemente Variado.

Conteúdo: Velocidade Instantânea

Tempo: 6 aulas

Objetivos: Compreender noção intuitiva de limites e de derivada e suas aplicações no cálculo da velocidade instantânea.

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Plano cartesiano e a construção de gráficos;
- Funções polinomiais e tabela;
- Produtos notáveis e fatoração;
- Funções horárias do movimento: posição, velocidade e aceleração.

Recursos:

- Computador;
- Caixa de som e o áudio/vídeo da música de Roberto Carlos: 120... 150... 200 km, por hora, disponível em: https://www.letras.mus.br/roberto-carlos/225455/.
- Projetor multimídia;
- Ficha impressa de acompanhamento da aula

Procedimentos

1ª Parte - Construção do sentido e do significado

Professor, como sugestão de organizador prévio, inicie o tema proporcionando uma situação próxima à realidade do aluno. Para isto apresente à turma um áudio/vídeo da música do Roberto Carlos/Erasmo Carlos conforme, Figura 14, gravada em 1970 e regravado pelo cantor Leonardo no ano de 2000. Atenção na letra da música.

Figura 14 - Letra da música 120...150...200 km por hora de Roberto Carlos e Erasmo Carlos

As coisas estão passando mais depressa
O ponteiro marca 120
O tempo diminui
As árvores passam como vultos
A vida passa, o tempo passa
Estou a 130
As imagens se confundem
Estou fugindo de mim mesmo
Fugindo do passado, do meu mundo assombrado
De tristeza, de incerteza
Estou a 140
Fugindo de você

Eu vou voando pela vida sem querer chegar
Nada vai mudar meu rumo nem me fazer voltar
Vivo, fugindo, sem destino algum
Sigo caminhos que me levam a lugar nenhum

O ponteiro marca 150
Tudo passa ainda mais depressa
O amor, a felicidade
O vento afasta uma lágrima
Que começa a rolar no meu rosto
Estou a 160
Vou acender os faróis, já é noite
Agora são as luzes que passam por mim
Sinto um vazio imenso
Estou só na escuridão
A 180
Estou fugindo de você

Eu vou sem saber pra onde nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho pra não saber voltar
Às vezes sinto que o mundo se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda eu vou viver assim

O ponteiro agora marca 190
Por um momento tive a sensação
De ver você a meu lado
O banco está vazio
Estou só, a 200 por hora
Vou parar de pensar em você
Pra prestar atenção na estrada

Vou sem saber pra onde nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho pra não saber voltar
Às vezes, às vezes sinto que o mundo se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda eu vou viver assim
Eu vou, vou voando pela vida
Sem querer chegar

Fonte: Letras. https://www.letras.mus.br/roberto-carlos/225455/.

2ª Parte - Apresentação do conteúdo

Agora, explore a música de modo que os conceitos não sejam apresentados prontos para os alunos. Em seguida eles devem responder, com a sua mediação aos questionamentos propostos e construir o significado e o sentido do conteúdo em estudo.

Atividades 1

Leia o fragmento da música e responda:

“ As coisas estão passando mais **depressa** o ponteiro marca 120 o tempo **diminui**”

1. As palavras em negrito neste fragmento de texto representam quais grandezas físicas?

Resposta: Velocidade e tempo

2. Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

Resposta: São inversamente proporcionais. A medida que a velocidade aumenta o tempo diminui.

3. A velocidade escalar instantânea, presente na música é um conceito da Cinemática uma parte da Física. Diga em quais trechos da música é possível perceber o uso deste conceito. Justifique sua resposta.

Resposta: A velocidade escalar instantânea é apresentada nos instantes em que ele canta o registro da velocidade presente no velocímetro (120,..., 150,..,200km/h).

4. Qual referencial está sendo considerado no seguinte trecho da música "**as árvores passam como vultos**"? Alguém que esteja sentado à beira da estrada, próximo às árvores, teria essa mesma impressão? Justifique.

Resposta: O referencial é o carro. Não, alguém sentado à beira da estrada verá as árvores em repouso. Porque a percepção de movimento depende do referencial adotado.

5. Vamos supor que o carro está variando a sua velocidade de acordo com a música. Use um cronômetro para registrar o tempo expresso em cada uma das velocidades da Tabela 9. Acione o cronômetro no instante que ouvir a velocidade 120 km/h no áudio.

Tabela 9 - Revela a velocidade v do carro em função do tempo t da música.

Velocidade (km/h)	**120**	**130**	**140**	**150**	**160**	**180**	**190**	**200**
Tempo (s)	0	22	48	100	120	135	185	198

Fonte: Autora, 2018.

Agora, Calcule a velocidade média do veiculo em m/s, no intervalo de tempo marcado.

Afinal o que é velocidade instantânea?

É a velocidade escalar do móvel num dado instante. Se tomarmos como exemplo, um carro numa estrada, a leitura do velocímetro num instante t_1 é sua velocidade instantânea v_1.

A velocidade escalar instantânea v_1 é o valor limite a que tende a velocidade escalar média $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero. $v_1 = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Professor explique a definição de velocidade instantânea e o modo como ela aparece nos livros didáticos, proponha em seguida o desenvolvimento do limite, conforme apresentado no capitulo 5, p.15, para a compreensão intuitiva da ideia de limite e do cálculo da velocidade

instantânea por este processo. Depois apresente aos alunos a noção de derivadas e das técnicas de derivação presente no subcapítulo 5.2.

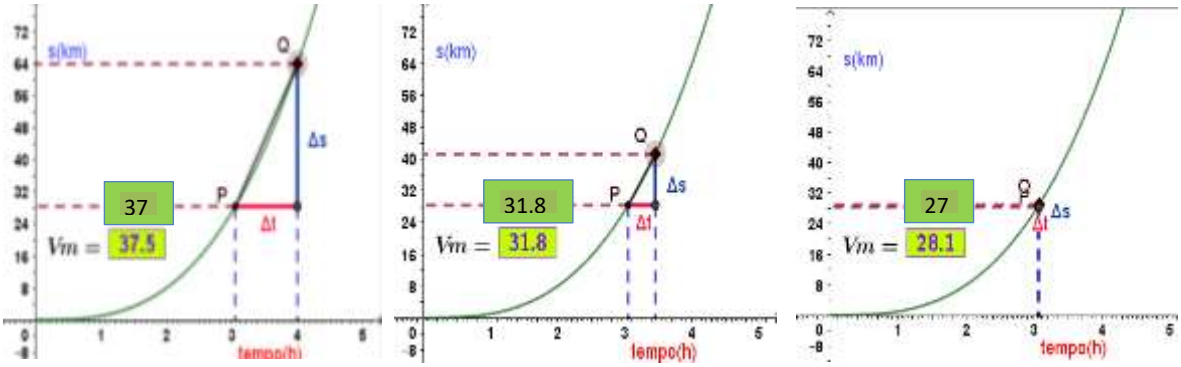
3ª Parte – Verificação da aprendizagem:

Converse um pouco com os alunos e veja o que eles entenderam sobre a velocidade instantânea e o processo de limite para encontrá-la, através da derivação. E também, para encontrar a aceleração do móvel a partir da derivada da função horária da velocidade. Nesse momento oferecemos algo diferente da situação inicial apresentada para verificar se o aluno conseguiu compreender significativamente o que foi ensinado sobre velocidade instantânea.

Professor proponha aos alunos que análise a Figura 15, que mostra a função do movimento de uma partícula no decorrer do tempo. Se preferir você pode construir também esse gráfico no *GeoGebra* para realizar a animação do ponto Q, manipulando-o sobre a curva s(t), diminuindo cada vez mais o intervalo de tempo.

Exercício 1: Baseado no Gráfico, responda:

Figura 15 – Gráfico da função horária $s(t)=t^3$ que mostra a variação do ponto Q até se aproxima do ponto P.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software GeoGebra)

a) Qual a velocidade média no intervalo de 3 a 4h?

Resposta: 37 km/h

b) O que ocorre com a variação do espaço e do tempo quando o ponto Q se aproxima de P?

Resposta: Os intervalos de tempo e de espaço diminuem

c) No gráfico, qual é a velocidade do móvel no instante t=3?

Resposta: 27 km/h

d) Use a função da velocidade média, aplique o processo de limite para calcular a velocidade instantânea do móvel.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(3 + \Delta t)^3 - (3)^3}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{27+27\Delta t+9\Delta t^2+\Delta t^3-27}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta t(27+9\Delta t+\Delta t^2)}{\Delta t} = 27\ km/h$$

e) Calcule a velocidade do móvel no instante t =3h aplicando a operação de derivada. Função horária s(t) =t^3.

Resposta: $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3t^2$= 3. $(3)^3$ = 3 .9 =27 km/h

Exercício 2: Uma bola é solta de uma altura de 12m, e alguém que está no solo rebate a bola para o jogador inicial que se encontra acima. Sabendo que a bola realiza um MUV e que obedece à seguinte função horária dos espaços, com s em metros e t em segundos: s(t)= 12 – 8t + t^2. Faça o que se pede.

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0 s a 8 s.

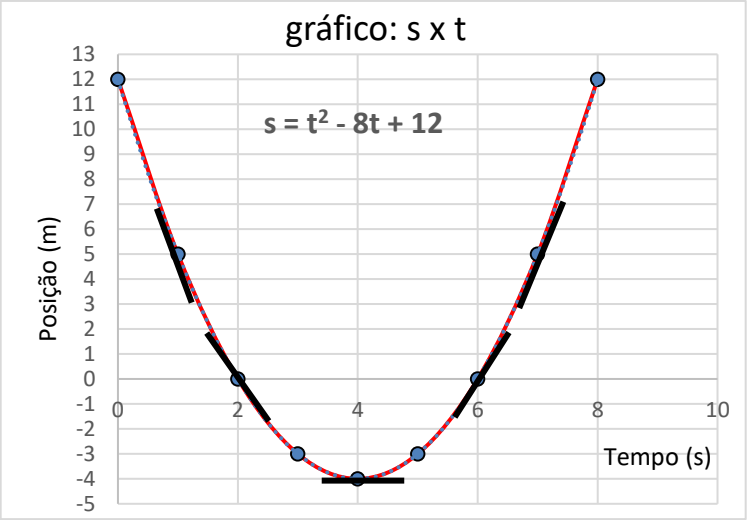
Tabela 10 - Fornece a posição s do móvel em função do tempo t.

t (s)	s (m)	(t, s)
0	s= 12 - 8·0 +0^2= 12	(0, 12)
1	s= 12 - 8·1 +1^2= 5	(0, 5)
2	s= 12 - 8·2 +2^2= 0	(2, 0)
3	s= 12 - 8·3 +3^2= -3	(3, -3)
4	s= 12 - 8·4 +4^2= -4	(4, -4)
5	s= 12 - 8·5 +5^2= -3	(5, -3)
6	s= 12 - 8·6 +6^2= 0	(6, 0)
7	s= 12 - 8·7 +7^2= 5	(7, 5)
8	s= 12 - 8·8 +8^2= 12	(8, 12)

Fonte: Autora, 2018.

b) Construção do gráfico sxt baseado nos dados obtidos na Tabela 10.

Figura 16 - Gráfico da função horária s(t)= 12 – 8t + t^2, No SI.



Fonte: DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V, 2016. Adaptada pela autora(Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

c) Trace retas tangentes em alguns pontos do gráfico no intervalo de 0s a 8s e análise a variação da velocidade.

- A velocidade é nula (v=0) no instante t=4s
- Entre o intervalo de 0s a 4s a velocidade é negativa (sentido contrário da trajetória), e decresce em módulo, portanto o movimento é retardado (v<0 e a>0)
- Entre o intervalo de 4s a 8s, a velocidade é positiva (mesmo sentido da trajetória) e cresce em módulo, logo o movimento é acelerado. (v>0 e a>0)
- De acordo com a inclinação da reta tangente a velocidade, em módulo, é maior no instante t=1s do que em t =6s, sendo igual, em módulo, nos instantes t=0 e t=8s, em t=2s e t=6s, em t=3s e t=5s. Também pode-se observar isto através da simetria do gráfico.
- A partícula inverte o sentindo da sua trajetória no instante t=4s.

d) Determine a função horária da velocidade e construa o gráfico v × t, de 0s a 8s?

Processo A

Sabe-se que a função horária da velocidade no MUV é dada por: $v=v_0 + at$ e que a função horária da posição é $s(t) = s_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$. Logo, $s(t) = 12 - 8t + t^2$, comparando as duas funções obtém-se:

$v_0 =$ -8m/s

$\frac{a}{2} = 1 \rightarrow$ a= 2m/s^2

Portanto, v= -8 + 2t (SI)

Processo B

A derivada da função horária da posição nos fornece a função horária da velocidade, Então:

$$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^2-8t+12)}{dt} = \frac{d(t^2)}{dt} - \frac{d(8t)}{dt} + \frac{d(12)}{dt} = 2t - 8 + 0 \rightarrow v = 2t - 8.$$

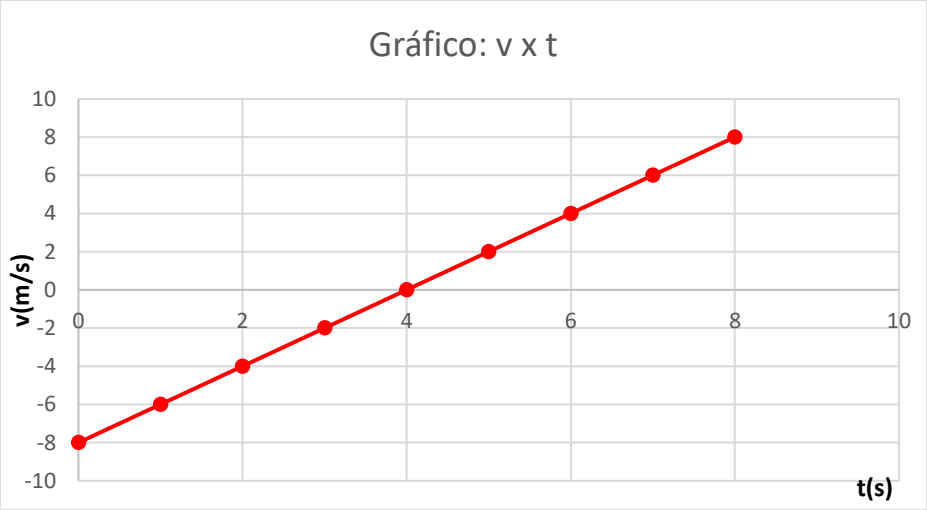
Os valores de tempo e velocidade estão relacionados na Tabela 10.

Tabela 11 - Fornece a relação entre a velocidade (v) e tempo (t) no intervalo de 0s a 8s.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
v (m/s)	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Fonte: DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V, 2016. Adaptada pela autora

Figura 17 - Gráfico da função horária v(t) =-8+2t, no SI, no intervalo de tempo de 0s a 8s.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

6.2 Modelagem Matemática e as regras de derivação

6.2.1 Movimento uniformemente variado: Queda livre

Conteúdos: Funções Horárias: Posição, Velocidade e Aceleração no MU e MUV

Tempo: 4 aulas

Objetivos: Compreender o significado das regras de derivação a partir de conceitos da Cinemática que envolvem deslocamento, velocidade escalar e aceleração instantânea no (MU) e (MUV).

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Plano cartesiano e a construção de gráficos;
- Funções polinomiais e tabela;
- Produtos notáveis e fatoração;
- Funções horárias do movimento: posição, velocidade e aceleração.

Recursos:

- Computador;
- *Software Tracker*;
- Projetor multimídia;
- Filmadora e vídeo do experimento cinemático a ser analisado
- Bola
- Ficha impressa de acompanhamento da aula

Procedimentos

Nessa aula, sugerimos o uso do *software Tracker*[3] que é disponibilizado gratuitamente na internet. Para utilizá-lo você deve inserir um vídeo no programa, que pode ser gravado através de uma filmadora, máquina fotográfica ou celular. Após inserir o vídeo, o programa fornece ferramentas que possibilitam a análise do experimento, entre elas: eixos coordenados, fita de calibração, controle para ajustar o início e o final do vídeo nos pontos que interessa para a análise. Os dados são coletados e o programa gera tabelas e gráficos sobre o movimento em

[3] Para fazer o download gratuito e tirar quaisquer dúvidas sobre como usar o Tracker acesse o link: tuoinkhttp://www2.fisicaemrede.com/pluginfile.php/2584/mod_label/intro/TUTORIAL%20TRACKER%20PIBID%20Walfredo%20v1-2.pdf

estudo: velocidade, aceleração, tempo e posição. E ainda, ajusta a melhor curva para modelar matematicamente as informações do experimento.

Os experimentos, na maioria das vezes, requerem muito tempo e a coleta dos dados para posterior analise exige muitas repetições na busca de resultados o mais próximo do real possíveis. Um obstáculo é a sala de aula, que na maioria das vezes não se constitui um ambiente propício para a realização do experimento, requerendo que os alunos sejam transferidos para outro local. Dessa forma, a utilização do *Tracker* nos permite agilizar o processo de aquisição dos dados experimentais, devido a precisão das informações (posição, tempo, velocidade e aceleração) geradas através da análise do vídeo. E ainda, diminui riscos com manipulação de materiais para levantar os dados físicos.

1ª Parte - Construção do sentido e do significado:

Professor, pode-se explorar os conceitos prévios dos alunos sobre queda livre, fazer indagações do tipo "Qual objeto cai mais rápido a pena ou a maçã? ". Dialogar sobre o pensamento de Aristóteles: corpos mais pesados caiem mais rápido, assim como aponta o senso comum. Entretanto, alguns séculos depois de Aristóteles, Galileu Galiei provou experimentalmente que essa ideia estava equivocada, pois sem a resistência do ar os corpos caem ao mesmo tempo.

Na sequência deve-se solicitar um aluno voluntário para iniciar o experimento de queda livre. O aluno soltará um objeto de sua mão, conforme Figura 18, realiza-se a filmagem do evento, depois faz a inserção do vídeo e sua análise no software Tracker.

Figura 18 - Movimento de queda livre de uma bola na tela inicial do Tracker

Fonte: Autora, 2018.

Após inserir o vídeo no *Tracker* deve-se posicionar os eixos coordenados de modo que a origem coincida com o chão, o eixo vertical deve estar alinhado com o objeto que será solto. Realiza-se o corte no vídeo para apresenta apenas o primeiro quadro do vídeo (quando o objeto é solto) e último quadro do vídeo (quando cai no chão) para fazer a análise do fenômeno. Depois, seleciona-se a fita de calibração, escolhe um ponto (objeto) presente na filmagem que se conhece as dimensões e ajusta as imagens de acordo com essas medidas, informando-as ao programa. Na última parte, seleciona-se o objeto que cairá como ponto de massa. Depois clica-se no objeto e marca a sua posição durante a trajetória de queda.

O programa fará a coleta dos dados de tempo de queda e da posição em cada instante e organizará esses dados em tabelas. O professor deverá utilizar estas informações para repassá-las aos alunos para que eles possam construir uma tabela e o gráfico do movimento observado.

2ª Parte – Apresentação do Conteúdo

De posse dos dados obtido no experimento e informado pelo programa os alunos construirão uma tabela para registrar todas as posições do objeto e o tempo de queda para cada uma dessas posições. Como os eixos coordenados foram posicionados no chão, a trajetória adotada como referência no eixo vertical foi para cima e o objeto solto a altura de 1,313m.

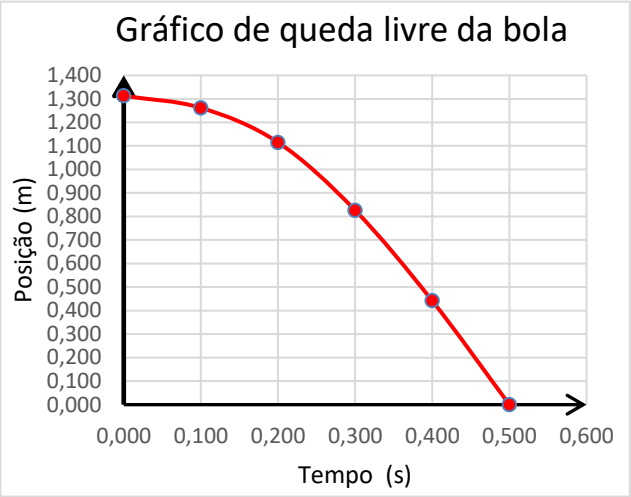
Tabela 12 - Registra a posição s em função do tempo t

Tempo (s)	Posição (m)
0,000	1,313
0,100	1,262
0,200	1,115
0,300	0,826
0,400	0,441
0,500	0,000

Fonte: Autora, 2018.

A partir da tabulação dos dados posição e tempo constrói-se o seu gráfico e realiza-se a sua interpretação conforme a organização dos pontos.

Figura 19 - O gráfico da função horária $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

Ao analisar os pontos observa-se que o gráfico que melhor descreve o movimento é o de uma parábola, cujo polinômio é do 2º grau do tipo: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Escrevendo-o em temos dos parâmetros físicos, tem-se que:

$c = s_0$ posição inicial

$b = v_0$ velocidade inicial

$a = -g$ aceleração da gravidade (negativa porque o sentido adotado da trajetória é para cima). Portanto, o modelo matemático adequado é $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, em que a aceleração da gravidade é dividida pela constante dois.

Interpretando os dados:

Analisando a tabela e o gráfico tem-se que a posição da bola no instante t=0s, é dado por s=1,313m, se sua velocidade inicial é zero, ou seja, $v_0 = 0$. Substituindo em $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, temo que $s(t) = 1{,}313 - \frac{g}{2}t^2$.

Pode-se escolher qualquer valor de tempo da Tabela 12 e seu correspondente na posição para se encontrar g (aceleração). Neste caso, escolheu-se o segundo valor da tabela para calcular a aceleração da gravidade. De acordo com a tabela para t= 0,100s correponde a posição s=1,262m, logo s(0,100) = 1,262m, substituindo na função encontrada, temos que:

$1{,}262 = 1{,}313 - \frac{g}{2}t^2$

$-\frac{g}{2}(0{,}100)^2 = 1{,}313 - 1{,}262$

$-0{,}01g = 2 \cdot 0{,}051$

$-0{,}01g = 0{,}102$, logo temos que: $g = -10{,}2\ m/s^2$

Dessa forma o modelo matemático que descreve o movimento de queda livre é fornecido pela função $s(t) = 1{,}313 - 5{,}1t^2$ (função horária da posição da bola em queda livre)

Testando o modelo matemático

Os dados coletados no *software Tracker* referentes à posição (s) e do tempo (t) a cada instante estão registrados na Tabela 13.

Tabela 13 - Dados obtidos no software Tracker

Tempo (s)	Posição (m)
0,000	1,313
0,100	1,262
0,200	1,115
0,300	0,826
0,400	0,441
0,500	0,000

Fonte: Autora, 2018.

O modelo matemático construído gerou dados da posição (s) em função do tempo (t) com valores próximos ao encontrado no *software,* conforme pode ser visto na Tabela 14.

Tabela 14 - Tabela dos dados obtidos através do modelo matemático $s(t)=1{,}313 - 5{,}1t^2$.

Tempo (s)	Posição (m)
0,0	1,3130
0,1	1,2620
0,2	1,1088
0,3	0,8538
0,4	0,4970
0,5	0,0381

Fonte: Autora, 2018.

Ao analisar a tabela verifica-se que o modelo matemático construindo na SD é valido, pois mostrou-se muito próximo dos valores da posição em função do tempo, obtidos pelo *software*.

Derivando a função horária de posição de queda livre da bola, vamos encontrar a velocidade da bola no SI.

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(1{,}113 - 5{,}1t^2)}{dt}$$

$v = -10{,}2t$ m/s (função horária da velocidade da queda da bola)

Derivando a função horária da velocidade de queda livre da bola, vamos encontrar a aceleração da bola no SI.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(-10{,}2t)}{dt}$$

$a = -10{,}2\ m/s^2$ (aceleração da bola)

Agora, calcule a velocidade da bola nos instantes t= 0,2s; t=0,4s. O movimento é acelerado ou retardado?

Para t= 0,2s

$v(0{,}2) = -10{,}2 \cdot 0.2$

$v(0{,}2) = -2{,}04\ m/s^2$

Para t= 0,4s

$v(t) = -10{,}2 \cdot 0.4$

$v(0{,}2) = -4{,}08\ m/s^2$

O módulo da velocidade aumentou no decorrer do tempo, e velocidade e aceleração tem mesmo sinal. Portanto, o movimento é acelerado. Isto significa que a velocidade aumenta, conforme o corpo cai, ou seja, ela será máxima quando tocar o solo.

Entretanto, sabe-se que a gravidade na Terra é de aproximadamente 9,8m/s^2 e o modelo nos forneceu 10,2 m/s^2. Qual foi o percentual de erro (E)?

A diferença entre o valor obtido no modelo e a gravidade da Terra é dado por: D=10,2 – 9,8 = 0,4 m/s^2. Então, E= $\frac{0{,}4}{9{,}8}$= 0,408, multiplicando por 100, temos que erro foi aproximadamente 4,1%.

Pode-se calcular o erro utilizando regra de três simples.

9,8 ——— 100% ⟶ x= $\frac{10{,}2\ .100}{9{,}8}$ ≅104,1%

10,2 ——— x E= 104,1 -100 = 4,1%

Isto nos revela um erro de aproximadamente 4,1% .

Atribuímos o erro as condições de realização do experimento e a distorção das imagens da filmagem.

O movimento da bola em queda livre e do tipo retilíneo uniformemente variado, que é caracterizado por variar a velocidade a cada segundo por uma aceleração constante e diferente de zero.

3ª Parte – Verificação da aprendizagem:

Nesta etapa, o exercício proposto foi construído para que o aluno aplique os conhecimentos adquiridos sobre modelagem e o MUV, utilizando tanto as técnicas tradicionais do processo de resolução como também, a operação de derivada.

Exercício 1: Uma moeda é lançada na direção de um poço dos desejos, de acordo com a Figura 20. Ela atinge o ponto máximo a uma altura de 1m da borda do poço e cai verticalmente a partir deste ponto, demorando 2s para chegar ao fundo do poço. Observe a tirinha e resolva as questões.

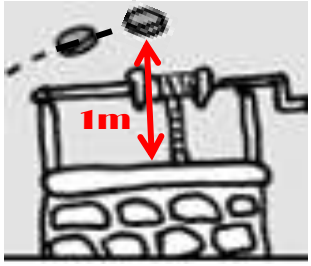
Observação: No ponto máximo, a velocidade da moeda é nula, então v_0=0m/s.

Figura 20 – Retrata a postura de usuários das redes sociais, que apesar de crítica, não tem uma ação efetiva no mundo.

Fonte: DIAS, Joyce. YONAHA, 2013.

a) Considerando a Figura 20.1 e que s(2)=0, responda de acordo com o SI, qual é a profundidade do poço?

Como a moeda se encontra no ponto máximo de sua trajetória, e adotando para cima o sentido positivo, temos que:



$s(t) = s_0 + v_0 t - \frac{g}{2}t^2$

$s(2) = s_0 - 9{,}8 \cdot 2$, como s(2) =0, temos que:

$s(2) = s_0 - 19{,}6$

$0 = s_0 - 19{,}6$

s_0 = 19,6 m (posição inicial da moeda)

Profundidade do poço é 19,6 -1,0 =18,6 m

Figura 20.1 - Adaptada pela autora

b) Qual a velocidade da moeda no instante t= 1s.

A função que modela a posição da moeda em função do tempo é s(t) = 19,6 - $\frac{9,8}{2}t^2$,

então, a função velocidade é dada por:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(19,6)}{dt} + \frac{d(\frac{9,8\,t^2)}{2}}{dt} = 0 - 9,8t \text{ = - 9,8t}$$

v(1) = -9,8 . 1 = - 9,8m/s (velocidade da moeda no instante t=1s)

c) Construa os gráficos: s×t e v×t.

Tabela 15- Registra a posição da moeda em função do tempo t, adotando-se para cima a o sentido positivo da trajetória e os eixos coordenados posicionados ao nível do fundo do poço

t(s)	0	0,5	1	1,5	2
s(m)	19,6	18,375	14,7	8,575	0

.

Fonte: Autora, 2018.

Os dados obtidos, na Tabela 15, nos mostram que a moeda está em sentido contrário à trajetória adotada.

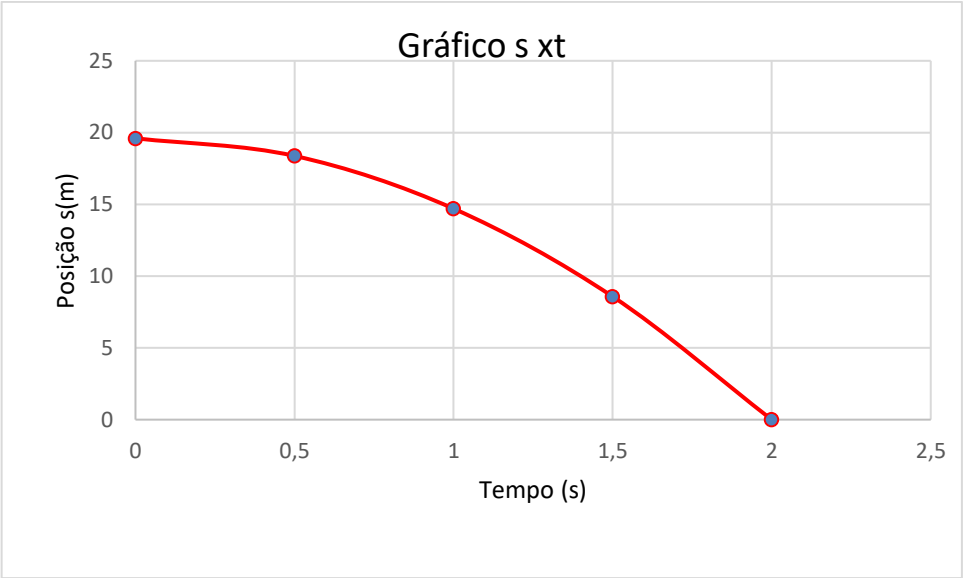
Tabela 16 - Registra a velocidade da moeda no decorrer do tempo de queda.

t(s)	0	0,5	1	1,5	2
v(m)	0	-4,9	-9,8	-14,7	-19,6

Fonte: Autora, 2018.

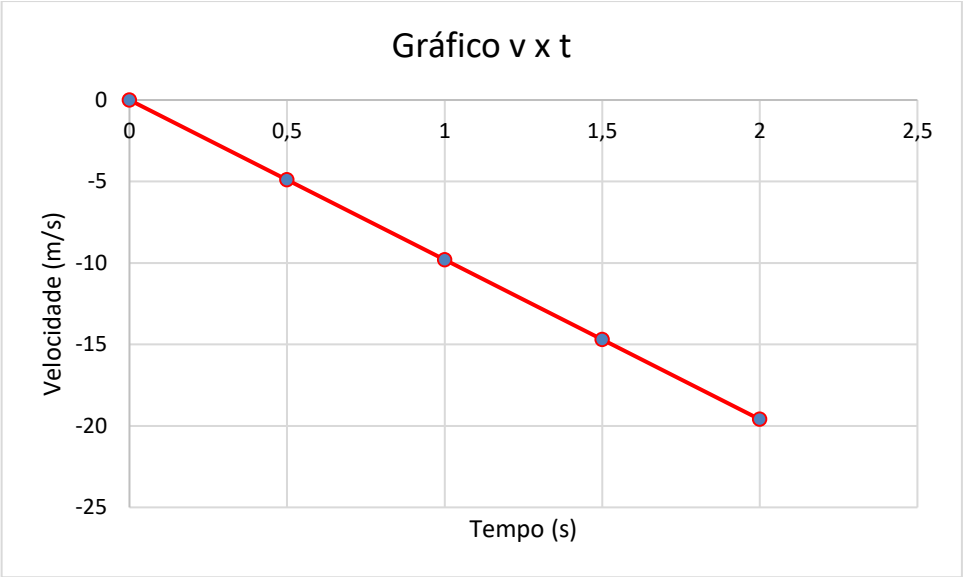
Como o movimento da moeda está contrário ao da trajetória, temos então que a velocidade é negativa.

Figura 21 - O gráfico da função horária s(t) = 19,6 - $\frac{9,8}{2}t^2$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 22 - O gráfico da função horária v(t) = - 9,8t, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

6.3 Jogos Educacionais e o Ensino de Potência

6.3.1 Potência

Conteúdo: Potência instantânea

Tempo: 6 aulas

Objetivos:

- Sistematizar o conhecimento científico de Potência explorando o saber espontâneo do aluno sobre este assunto presente no seu cotidiano.
- Despertar o interesse dos discentes pelos os aspectos teóricos da Física e levá-los a compreender a importância, significados e aplicações da Física à sua volta.

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Técnicas de derivação;
- Conceitos de força e trabalho e normas do Sistema Internacional.

Recursos:

- Projetor multimídia;
- Aplicativo *Kahoot;*
- Computador;
- Conexão *à internet;*
- Cartas do jogo.

Procedimentos

1ª Parte - Construção do sentido e do significado: A sugestão nesta SD é que o professor utilize a plataforma *game web quiz Kahoot*, disponível gratuitamente no link: https://kahoot.com/welcomeback/ para criar seu próprio *quiz* com perguntas e respostas ou utilizar as questões já elaboradas neste material, que foram construídas explorando a ideia intuitiva de Potência presente no cotidiano dos estudantes e ainda, apresentando alguns termos sistematizado do conteúdo. Os alunos poderão jogar o *quiz* em grupo ou individualmente em sala de aula utilizando um *smartphone, tablet* ou *notebook* conectado à internet *wi-fi*. O professor também pode optar em levar os alunos para o laboratório de informática.

Para utilizar a plataforma *Kahoot* é necessário realizar um cadastro. As perguntas devem ter enunciados curtos, porque há limite de caracteres. E o professor tem que inserir o tempo para cada resposta e marcar a correta. *O Kahoot* permite a inserção de imagens e vídeos na elaboração das questões. Ao final do jogo, fornece um relatório de desempenho de cada

participante individualmente no *quiz* e em forma de tabela. Veja o Quadro 2 que traz algumas sugestões de perguntas em forma de *quiz Kahoot* sobre Potência.

Quadro 2- Registra as perguntas e respostas inseridas no *quiz* na plataforma *Kahoot* e o tempo disponível para responder à cada questão.

Nº	Questão	Alternativas	Tempo
1	Observe a imagem e responda qual carro tem melhor desempenho de motor? 	a) 1 b) 2 **c) 3** d) 4	30s
2	De acordo com a imagem cavalo-vapor (CV) é uma unidade de medida de: 	a) Tempo b) Força c) Massa **d) Potência**	30s
3	Baseado no vídeo, o atleta que venceu o campeonato realizou mais trabalho que último colocado? Link do vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=yIB6i8zDVIk&feature=related.	a) Sim **b) Realizou o mesmo trabalho** c) Não d) Não realizou trabalho	20s

4	O que significa potência? Disponível em: [illegible] Acesso em 12/09/2018	a) **Relação entre trabalho e tempo que se leva para executá-lo** b) É o produto da força pelo deslocamento c) É a razão entre força e deslocamento d) É a energia necessária para se movimentar	30s
5	Numa competição o ciclista que finalizou o percurso em menos tempo, tem: 	a) Maior massa b) Maior trabalho c**) Maior potência** d) Nenhum trabalho	30 s
6	No Sistema Internacional qual é a unidade de Potência? 	a) Joule **b) Watt** c) Newton d) quilowatt-hora	30s
7	Qual a relação entre Potência de um equipamento e a energia que ele consome? 	a**) Quanto maior for a Potência maior é o consumo energia.** b) Não tem nenhuma relação c) A Potência e a energia são iguais d)Quanto menor Potência maior energia para usar o aparelho	30s
8	(UNIMEP-SP) Se uma máquina realiza um trabalho de 5 000 J em 10 s. A potência média em watts é:	a) 5 kW **b) 500 W** c) 0,5 W d) 50 W	60s

Fonte: Autora, 2018

2ª Parte – Apresentação do conteúdo: O professor a partir de um diálogo inicia os questionamentos sobre o desempenho dos alunos no *quiz*. E, enfatiza a relação das respostas e o conhecimento científico do conteúdo a ser ensinado. Como sugestão o professor pode iniciar construindo o significado da equação para calcular a potência média, usando a Figura 23, da primeira questão do *quiz*.

Figura 23 - Desempenho de quatro veículos de 0 a 100km/h.

Fonte: Adaptada pela autora.

Questione: O que torna o carro 3 com maior Potência de motor?

Respostas: O carro 3 realiza o mesmo trabalho em menor tempo. Então, pode se dizer que a relação entre as grandezas trabalho e tempo é que define Potência? Sim. Estas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Inversamente. Portanto, Potência é igual ao quociente do trabalho pelo tempo.

$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$,

Sendo τ o trabalho e Δt a variação do tempo, temos que a Potência média é a taxa de variação na qual o trabalho é realizado. Em outras palavras ela é a razão entre a trabalho e a variação do tempo para realizá-lo. A unidade de potência é o Joule por segundo (unidade de trabalho sobre unidade de tempo no SI), expressa por $\frac{1J}{1s}$, que é igual a 1Watt (W), em homenagem ao engenheiro escocês James Watt.

Vimos no *quiz* que a grandeza Potência foi aplicada em diferentes situações, pois sua especificação depende do sistema em estudo. Por exemplo, fala-se de Potência Elétrica nos geradores, de Potência Térmica em aquecedores e de Potência Mecânica na viabilidade de uma cachoeira para um sistema de conversão hidrelétrico. (HELOU; NEWTON;GUALTER, p. 192).

A Potência Instantânea é o limite da Potência Média quando o intervalo de tempo tende a zero.

$$Pot_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} Pot_m \quad = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\tau}{\Delta t}$$

Potência Instantânea pode ser calculada usando a noção de derivadas, assim:

$Pot_{inst} = \frac{d\tau}{dt}$,

Onde: $d\tau$ é uma quantidade infinitesimal ordinária de trabalho realizado durante um pequeno intervalo de tempo.

Exemplo: Um atleta percorre em 10s um circuito de 30m com velocidade de 38 km/h (aproximadamente 11m/s). É aplicado sobre ele uma força horizontal com intensidade igual a 12N. Calcule:

a) A Potência Média.

Resolução: O trabalho realizado é $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d} = 12 \times 30 = 360\, J$

A potência média é :$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{360}{10} = 36W$

b) E a sua potência no instante 5s.

Resolução: Levando-se em conta que $Pot_{inst} = \frac{d\tau}{dt}$, e que $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d}$, pode-se rescrever Potência Instantânea assim: $Pot_{inst} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{d})}{dt}$, como a força é constante e a derivada do deslocamento (d) em relação ao tempo (t) é igual a velocidade, a equação que nos fornece a Potência Instantânea fica:

A potência instantânea: $Pot_{inst} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 12 \times 11 = 132W$

3ª Parte – Verificação da aprendizagem: nesta etapa propõe-se situações relacionadas com o Potência que estão presentes no nosso cotidiano e finaliza-se com um jogo de cartas envolvendo os conhecimentos construídos no decorre da SD.

Atividade1

Costuma-se medir potência de um carro pela velocidade máxima que ele é capaz de atingir em 10 segundos de movimento, em linha reta, a partir do repouso. Para certo carro de massa igual a 1000 kg, essa velocidade máxima é de 108 km/h. Nesta situação:

a) Qual o valor dessa velocidade máxima, em metros por segundos?

Resolução: transforma-se a velocidade de 108 km/h em m/s:

$$108\frac{km}{h} = \frac{108\, km}{1h} = \frac{108}{60min} \times \frac{1000\, m}{60\, s} = \frac{108}{36} \times \frac{10}{1} = \frac{108}{36} \times \frac{1}{10} = \frac{108}{3{,}6} = 30\, m/s.$$

$v_m = 30\ m/s$

b) Calcule o valor da aceleração média do carro nesse trecho, em metros por segundos ao quadrado.

Resolução: A aceleração média é o quociente entre variação da velocidade e a variação do tempo.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{10} = 3m/s^2$$

c) Qual é a força exercida pelo carro?

Resolução: Força é o produto da massa pela aceleração $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{F} = 1000 \times 3 = 3000N$$

d) Calcule a potência média (watt) que ele desenvolve nesse trecho, desprezando-se os atritos.

Resolução: Potência média é a razão entre a trabalho e a variação do tempo

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \frac{3000 \times \vec{d}}{10}$$

Usando-se a equação de Torricelli $v^2 = {v_0}^2 + 2a\Delta s$ para encontrar o deslocamento do carro.

$$30^2 = 0^2 + 2 \times 3 \times d \Rightarrow\ 900 = 6d \Rightarrow\ d = \frac{900}{6} = 150m$$

Portanto,

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{10} = \frac{m \times a \times d}{10} = \frac{1000 \times 3 \times 150}{10} = 4{,}5\ \times 10^4\ W$$

d) Qual Potência do carro no instante 10s?

Potência instantânea pode ser encontrada derivando a função da Potência média, que é a taxa de variação em relação ao tempo da energia cinética do carro, o que corresponde a uma formulação diferencial.

Resolução: O trabalho é dado por $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Nesta situação tem-se que os módulos de força é $\vec{F}$ = 3000N e de velocidade é $\vec{v}$= 30 m/s. E a derivada o trabalho em relação ao tempo nos revela a força multiplicada pela velocidade o que nos fornece a potência no instante t=10s é:

$$Pot_{inst} = \vec{\mathrm{F}} \cdot \vec{v} = 3000 \times 30 = 90\ 000 =\ 9\ \times 10^4\ W$$

Observa-se que se a potência média for constante, ou seja, não variar no tempo, a potência instantânea se iguala a média.

Atividade 2: Realização do jogo de cartas como alternativa didática

Nesta atividade, o professor mediará um jogo de adivinhação sobre os tópicos de Potência estudados. Para isto é necessário dividir os alunos em grupos de quatro componentes. Eles deverão a partir da leitura do professor e das dicas presentes nas cartas adivinhar o objeto, a pessoa, o aparelho, entre outros a qual eles se referem.

Cada grupo, em sua vez, terá de escolher um número de 1 a 5. O professor lê a dica do número escolhido. Caso acertem, ganham 1 ponto e caso errem não marcam ponto, passando as dicas para outro grupo, que deverá escolher um número diferente do primeiro no intervalo de 1 a 5. E assim, sucessivamente, ganhará o jogo o grupo que tiver maior número de pontos.

Uma variação do jogo é o professor formar grupos com 5 alunos, escolher um deles para ser o mediador, e entregar as 18 cartas para que esse mediador diga as dicas aos outros componentes do grupo, para que eles acertem o conceito físico título da carta.

As fichas podem ser elaboradas pelo professor ou pelos alunos. O professor pode elaborar suas próprias fichas ou utilizar as fichas desta SD, conforme o Quadro 3.

Quadro 3 – Ficha com dicas sobre Potência e trabalho para o jogo de adivinhação

CAVALO-VAPOR	**POTÊNCIA**	**TRABALHO**
1. Tenho em meu nome um animal. 2. Os motores me conhecem bem. 3. Fui definida por James Watt. 4. Não sou oficial do SI 5.Minha abreviação é Cavalo-vapor (CV)	1. Quanto maior eu sou maior é o consumo de energia. 2. Sou a relação entre trabalho e o tempo para realizá-lo. 3. Tenho também como unidade prática de medida o cavalo-vapor (CV) 4. Quanto menor o tempo maior é o meu valor para mesmo valor de trabalho. 5. No SI minha unidade é Watt	1. Não existo sem movimento. 2. Sou uma grandeza escalar. 3. Quanto maior o deslocamento maior é meu valor para mesma força. 4. Não tenho tempo na minha equação. 5. Sou o produto da força pelo deslocamento

GELADEIRA	**CACHOEIRA**	**CICLISTA**
1. Sou um eletrodoméstico 2. Tenho Potência em Watts 3. Consumo pouco quilowatts-hora de energia, se tenho selo A de qualidade. 4. Te dou um gelo de vez em quando. 5.Geralmente estou na cozinha.	1. Tenho Potência Mecânica 2. Minhas quedas servem para gerar energia para sua casa. 3. Sou fria 4. Muitos me admiram 5. Os geradores transformam minha energia cinética em energia elétrica.	1. Tenho que ter a maior Potência para vencer. 2. Uso trajes esportivos e acessórios de proteção. 3. Nos campeonatos uso um veículo. 4. Preciso de uma boa alimentação. 5. O meu veículo tem duas rodas.
JAMES WATT	**POTÊNCIA TÉRMICA**	**POTÊNCIA INSTANTÂNEA**
1. Vivi no século XIX. 2. Sou um engenheiro escocês. 3. Aprimorei as máquinas térmicas 4. Na revolução industrial conceituei cavalo-vapor 5. No SI a unidade de Potência tem meu sobrenome.	1. Sou um tipo de Potência 2. Tenho relação com calor e tempo. 3. Meço a rapidez com que o calor é trocado 4. No SI minha unidade é Watt, mais é comum usar calorias por segundo cal/s. 5. Estou presente nos aquecedores.	1. Sou rápida 2. O tempo tem que tender a zero para você me encontrar. 3. Meço a rapidez do trabalho num certo instante t. 4. Minha unidade de medida no SI é Joule por segundo. 5. Sou igual a potência média, quando ela é constante.
FÓRMULA 1	**WATT**	**BOMBA D'AGUA**
1.Tenho rendimento baixo 2.Desenvolvo grandes velocidades de potência da ordem 500 cavalo-vapor. 3.Tenho título em disputa 4.Trata-se da principal categoria automobilística 5.Na minha categoria um brasileiro foi tricampeão.	1. Estou presente nos eletrodomésticos. 2. Sou a razão entre unidade de trabalho em Joules e tempo em segundos. 3. Sou a unidade oficial de Potência no SI. 4. Sou uma homenagem ao engenheiro escocês James Watt. 5. Sou equivalente a 736 Cavalo-vapor.	1. Me usam com frequência em chácaras. 2. Tenho um Potência da ordem de 300W. 3. Meu tamanho físico é pequeno 4. Sou usada para bombear água de cisternas, piscina e até de rios. 5. As vezes fico submersa na água.

PLACA OU PAINEL SOLAR	FURADEIRA	MOTOR
1. O calor me aquece 2. Tenho diferentes tipos de tamanho e Potência: 250W, 280W, 300W... 3. Muitos me usam para ter energia elétrica com sustentabilidade. 4. Geralmente, fico exposta ao sol nos telhados. 5. A luz do sol é essencial para eu gerar energia.	1. Sou barulhenta 2. Os marceneiros me conhecem bem 3. sou usada em diferentes estruturas: madeira, concreto, mármore entre outras. 4. Se tenho potência de 650W significa que esta é a quantidade de energia que transformo em 1s. 5. Faço furos (buracos)	1. Tenho potência nos carros populares de 80 CV(cavalo-vapor) 2. Em veículos mais potentes minha potência chega a 420 CV. 3. As vezes faço muito barulho. 4.Sou usado para gerar energia. 5. Estou em muitos aparelhos
LÂMPADA ELÉTRICA	**ENERGIA ELÉTRICA**	**SER HUMANO**
1. Estou na maioria das casas. 2. sou vendida em supermercados. 3. Tenho diferentes tipos de potência. 6W,20W, 40W e outras. 4. Sou usada para acabar com a escuridão. 5. Meu inventor foi Thomas Edison.	1. Sou utilizada em cidades 2. As vezes desapareço e volto 3.Sou discutida na minha forma de produção. 4. Estou em tudo que é tecnológico. 5. Sou a fonte que faz os aparelhos elétricos ligar.	1. Posso desenvolver uma potência de 105W 2. A energia que transformo vem dos alimentos. 3. Sou orgânico 4. Sou um ser pensante 5. Existem muitos iguais a mim.

Fonte: Autora, 2018

Com intuito de dinamizar a aplicação das sequências didáticas no Apêndice é disponibilizado ao professor a ficha de acompanhamento dos temas abordados, que poderão ser entregues aos alunos como roteiro das aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao encerrar este trabalho, espera-se ter contribuído para uma aprendizagem significativa dos alunos sobre os tópicos de Cinemática e Potência entrelaçados com a ideia de limite e derivada, levando-os a aprender estes conteúdos de forma interativa e contextualizada no Ensino Médio para que possam utilizar o conhecimento adquirido no seu contexto social e em estudos futuros.

As Sequências Didáticas foram confeccionadas e fundamentadas a partir de pesquisas direcionadas na busca de metodologias alternativas para ensinar os conteúdos de parte da Mecânica na 1ª série do Ensino Médio. Entre elas, se mostraram expressivas a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais.

Priorizou-se, ainda, nas Sequências Didáticas do presente trabalho, desenvolver os conteúdos de Física com a aplicação do Cálculo Diferencial no Ensino Médio, em uma linguagem simples e de modo a facilitar a sua inserção neste nível de ensino, inserindo a Física conceitual e suas redes estruturantes com o Cálculo Diferencial. Neste intuito, as transposições didáticas possibilitam aos alunos buscar uma aprendizagem significativa dos conteúdos de Física e despertar neles o espírito investigativo e o raciocínio lógico matemático.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Rômulo Rosa de. MARINHO, Zilta Diaz Penna. Disponível em: https://sites.google.com/site/portifoliosgtjoberth/18-de-marco-de-2015. Acesso em 31 de agosto de 2018.

ÁVILA, G. O ensino do Cálculo no Segundo Grau. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n.18, p.1-9, 1991

ÁVILA, Geraldo. **O ensino de Cálculo no 2° grau.** In: Revista do Professor de Matemática, n° 61. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2003

.
BASSANEZY, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia.3. ed. 4º reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BONJORNO, José Roberto et al. **Física**: Mecânica, 1º ano. 3. ed. São Paulo:FTD, 2016. (Coleção Física)

COLL, César Salvador et al. **Psicologia do ensino.** Tradução (Cristina Maria de Oliveira). Porto Alegre:Artmed:2000, 408p. Tradução de

DIAS, Joyce. YONAHA, Samatha**. Ativimo de sofá na aldeia global. Disponível em https://vinculodasarestas**.wordpress.com/2013/05/31/ativismodesofa/. Acesso 31 de agosto de 2018. Publicação em 2013.

DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V. **Tópicos de Física,1**: mecânica. 20.ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K.S. **Física 1**. 5º edição. v. 1, Rio de Janeiro: LTC, 2003, 390p.

HELENE, OTAVIANO. Ciência Olimpicas. Disponível em: http://cienciasolimpicas.blogspot.com/2011/01/os-100-m-rasos.html. Acesso em: 18/09/2018.

LETRAS. Disponível no link < https://www.letras.mus.br/roberto-carlos/225455/>. Acesso em 31 de mar 2018.

MACHADO, Nilson José. **Lugar de cálculo é no ensino médio.** Disponível no site <https://imaginariopuro.wordpress.com/tag/nilson-jose-machado/>. Acesso em 19 jun. de 2017.

MOREIRA, A. C; SANTOS, H.; COELHO, I.S. **A Música na sala de aula**: música como recurso didático. Disponível em <http: periodicos.unisanta.br/index.php/hum/article/download/273/274>. Acesso em 20 de mar. De 2018.

MOREIRA, M.A. e MASSINI, E.A.F. **Aprendizagem significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes, 2001.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo**: dificuldades de natureza Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003. epistemológica. 2003.468 f. Tese (doutorado em Educação). Faculdade de Educação.

APÊNDICE

A. Fichas de acompanhamento dos temas para o aluno

	PROFESSORA	MARINA GOMES DA SILVA		
	DATA:	_____/_____/_____		
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD MÚSICA VELOCIDADE INSTATÂNEA – 4 AULAS			
	TEMA: NOÇÕES DE LIMITES E DERIVADAS COM MV, MUV E MU			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

Ouça a música e veja as imagens do vídeo com atenção.

As coisas estão passando mais depressa
O ponteiro marca **120**
O tempo diminui
As árvores passam como vultos
A vida passa
O tempo passa
Estou a **130** as imagens se confundem
Estou fugindo de mim mesmo
Fugindo do Passado
Do meu mundo assombrado de tristeza de incerteza
Estou a 140
Fugindo de você

Eu vou
Voando pela vida
Sem querer chegar
Nada vai mudar meu rumo
Nem me fazer voltar
Vivo fugindo
Sem destino algum
Sigo caminhos que me levam
A lugar nenhum

O ponteiro marca **150**
Tudo passa ainda mais depressa
O amor, a felicidade
O vento afasta uma lágrima
Que começa a rolar no meu rosto
Estou a **160**
Vou acender os faróis
Já é noite
Agora são as luzes que passam por mim
Sinto um vazio imenso
Estou só na escuridão
A **180**
Estou fugindo de você

Eu vou
Sem saber pra onde
Nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho
Pra não saber voltar
Às vezes, sinto que o mundo
Se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda
Eu vou viver assim

O ponteiro agora marca **190**
Por um momento tive a sensação
De Ter você ao meu lado
O banco está vazio
Estou só
A **200** por hora
Vou para de pensar em você
Pra prestar atenção na estrada

Vou sem saber pra onde
Nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho
pra não saber voltar
Às vezes
Às vezes sinto que o mundo
Se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda
Eu vou viver assim

Eu vou voando pela vida
Sem querer chegar
Nada, nada vai mudar meu rumo
Nem me fazer voltar

Leia o fragmento da música e responda:

" As coisas estão passando mais **depressa** o ponteiro marca 120 o tempo **diminui**"

1. As palavras em negrito neste fragmento de texto representam quais grandezas físicas?

2. Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

3. O conceito de velocidade escalar instantânea presente na música é um conceito da Cinemática, uma parte da Física. Diga em quais trechos da música é possível perceber o uso deste conceito. Justifique sua resposta.

4. Qual referencial está sendo considerado no seguinte trecho da música: “as árvores passam como vultos”? Alguém que esteja sentado à beira da estrada, próximo às árvores, teria a mesma impressão? Justifique.

5. Como ocorre na música, suponha que um carro está variando a sua velocidade. Use o cronômetro do seu celular para registrar o tempo expresso em cada uma das velocidades abaixo:

Velocidade (km/h)	**120**	**130**	**140**	**150**	**160**	**180**	**190**	**200**
Tempo (s)								

Praticando 1: Usando a noção de limite, pode-se calcular a velocidade instantânea. Acompanhe o processo de resolução no quadro.

6. Considere um móvel com função horária $s(t) = t^3$, $t > 0$. Encontre a velocidade em km/h desse móvel no instante t=2h.

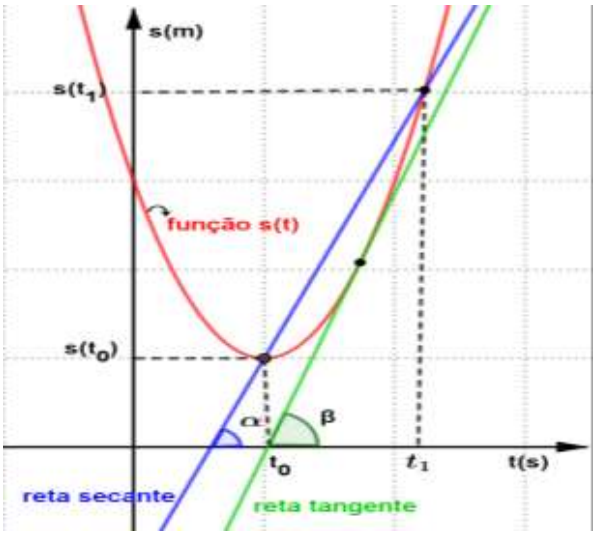
t	t_0	Variação do Tempo Δt (h)	Velocidade (km/h) $vm = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	28
3	2		
2,1	2		
2,01	2		
2,001	2		
...	2	...	...
$(2+\Delta t)$	2	$(2 + \Delta t)$- (2)	

a) Encontre a equação da velocidade média utilizando a última linha da tabela.

b) Determine a velocidade escalar instantânea. $v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

	PROFESSORA	MARINA GOMES DA SILVA		
	DATA:	_____/_____/_____		
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD MÚSICA VELOCIDADE INSTATÂNEA – 3 AULAS			
	TEMA: DERIVADAS MUV E MU			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

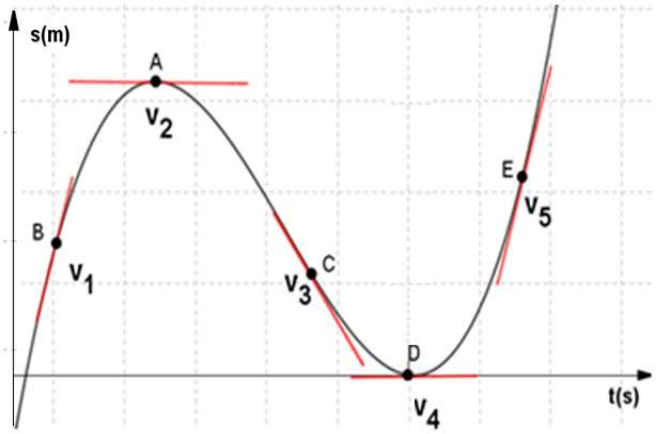
1. Observe o gráfico da função horária s(t)= $2t^2+4t+3$ de um partícula e responda:



a) Qual a diferença entre a reta secante e a reta tangente à curva s(t)?

b) Como podemos interpretar os coeficientes da reta secante e da reta tangente à luz da cinemática?

2. O gráfico mostra as posições descritas por uma particular a cada instante no MV.



a) Baseado no gráfico coloque em ordem crescente o módulo, não nulo, da velocidade da partícula. Em qual ponto a velocidade é negativa? Justifique

b) Em quais pontos a velocidade se anula? O que isso significa?

3. A operação de derivação fica mais simples encontrar a velocidade instantânea. Acompanhe a explicação e aprenda a notação e algumas técnicas desta operação. Em seguida escreva um resumo para cada uma.

Notação	
Derivada da constante	
Derivada da Potência	
Derivada do produto da constante pela variável com expoente 1.	

4. Considere que uma pessoa se desloca em MU, conforme a função horária dos espaços s(t) = 20+2t no SI, calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos s×t , v×t e a×t, com o tempo variando entre 0 e 5s.

a) Calculo da velocidade.

b) Esboce os gráficos sxt, vxt e axt

sxt

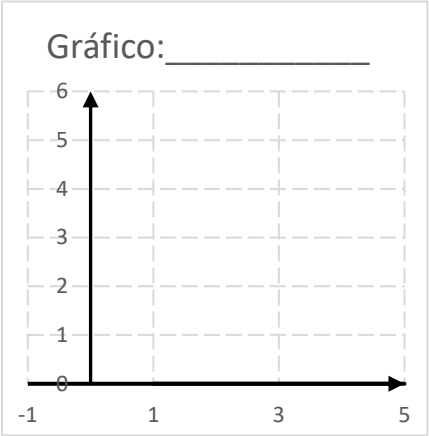
t	s(t)=20+2t
0	
1	
2	
3	
4	
5	

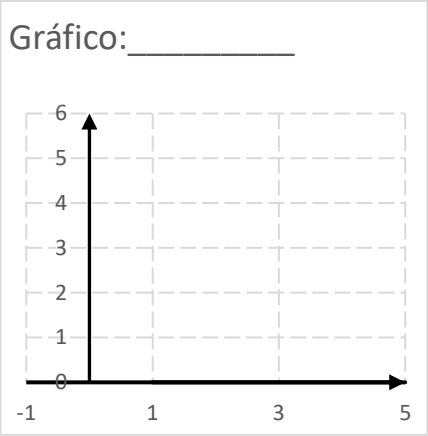
vxt

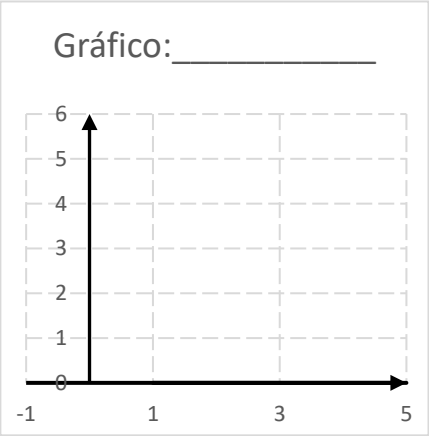
t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

axt

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	







5. Sabendo que no Sistema Internacional (SI) a função da posição no movimento retilíneo uniformemente variado é $s(t) = 10 + 2t + 2t^2$, determine:

a) A função horária da velocidade.

b) O valor da aceleração.

c) Esboce os gráficos s×t , v×t e a×t com o tempo variando entre 0 e 5s.

sxt

t	$s(t) = 10 + 2t + 2t^2$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

vxt

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

axt

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Gráfico:_____

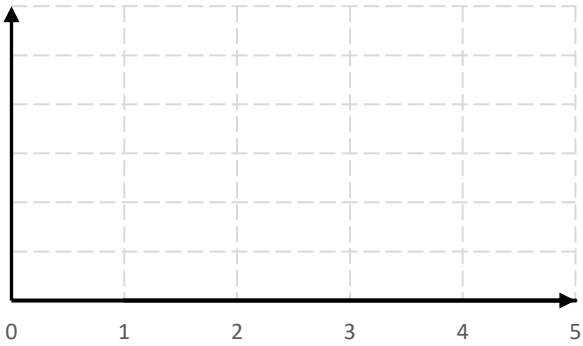


Gráfico:_____

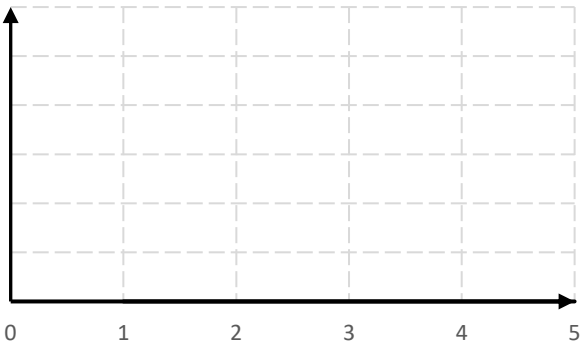
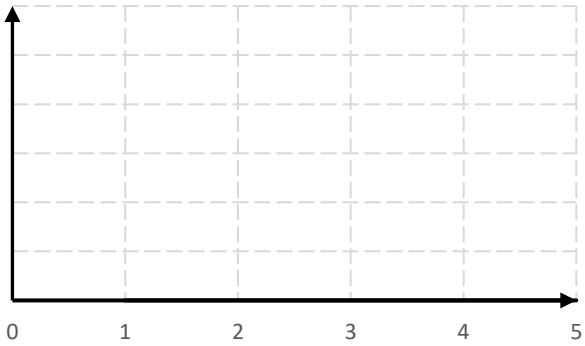


Gráfico:_____

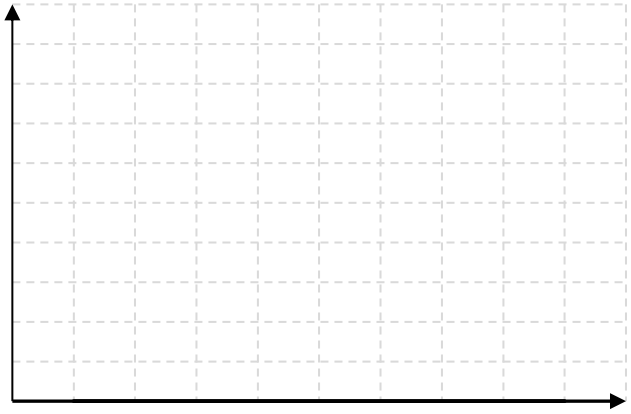


	PROFESSORA	**MARINA GOMES DA SILVA**		
	DATA:	_____/_____/_____		
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO MODELAGEM MATEMÁTICA –MU E MUV - 2 AULAS			
	TEMA: DERIVADA – QUEDA LIVRE			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO				
ALUNO(A):				

1. Observe o experimento e anote na tabela as informações coletadas a partir dele. Em seguida construa o gráfico.

t	s(t)

Gráfico:_____



Interpretação dos dados:

a) Qual é a altura inicial do objeto?_____

b) Qual é a velocidade inicial do objeto? _____

c) Qual é o valor aproximado da aceleração da gravidade na Terra? _____

d) Que tipo de função modela este gráfico? Que modelo é esse?_____ __e_____

e) Utilizando os coeficientes da Física: tempo (t_0 e t), velocidade (v_0), aceleração da gravidade (g), construa o modelo que expressa a posição (s) em função do tempo (t):_____

f) Usando os dados obtidos na tabela, identifique o modelo físico que representa o experimento._____

Baseado no experimento e na análise dos dados responda:

1. Qual é a função horária da posição s(t) da bola?
2. Qual é a função horária da velocidade da bola? Calcule a velocidade da bola nos instantes_____ e ____.
3. Identifique no gráfico s×t o valor máximo da função e o ponto correspondente a este valor.

	PROFESSORA	**MARINA GOMES DA SILVA**		
	DATA:	_____/_____/_____		
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD JOGOS EDUCACIONAIS – POTÊNCIA – 2 AULAS			
	TEMA: NOÇÕES DE LIMITE E DERIVADA			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º A	3º	MATUTINO	MATEMÁTICA
ALUNO(A):				

1. Participe ativamente na plataforma kahoot game web quiz do jogo sobre Potência. Acesse o site: https://kahoot.it. Digite o código que lhe será repassado. Atenção! Insira o código o mais rápido possível para não atrasar o jogo.

2. O que torna o carro 3 mais potente?

3. Quais grandezas estão envolvidas no conceito de Potência? Elas são diretas ou inversamente proporcionais?

4. Qual é a equação da Potência Média? Qual a sua unidade de medida?

5. Qual é a equação da Potência Instantânea?

6. Um atleta percorre em 10s um circuito de 30m com velocidade de 38 km/h (aproximadamente 11m/s). É aplicado sobre ele uma força horizontal com intensidade igual a 12N. Calcule:
   a) A Potência Média.

   b) E a sua potência instantânea.

APÊNDICE B – Avaliação do movimento uniforme

	PROFESSORA	MARINA GOMES DA SILVA		
	DATA:	_____/_____/_____		
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – MU			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

1. Considere uma pessoa se deslocando em MU, conforme a função horária do espaço s(t)=10+2t no SI. Calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos sxt, vxt e axt, com o tempo variando entre 0 e 5s.

Solução:

a) Cálculo da velocidade.

b) Esboço dos gráficos

t	s(t)=10+2t
0	
1	
2	
3	
4	
5	

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Gráfico:_____

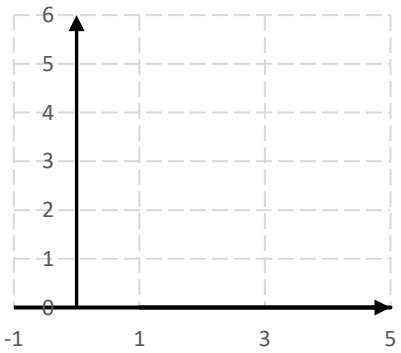


Gráfico:_____

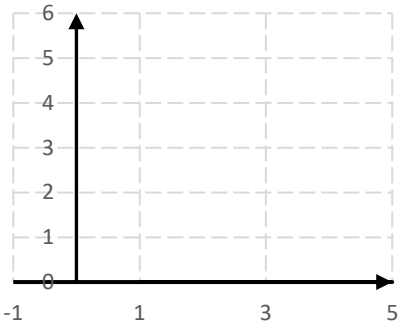
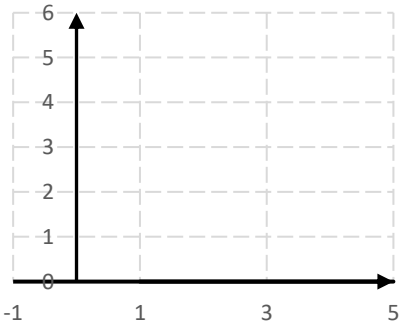


Gráfico:_____



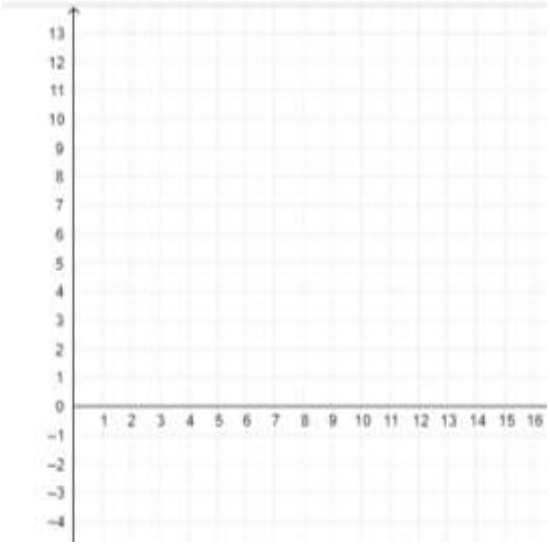
APÊNDICE C – Avaliação do movimento uniformemente variado

	PROFESSORA	MARINA GOMES DA SILVA		
	DATA:	_____/_____/_____		
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – MUV			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

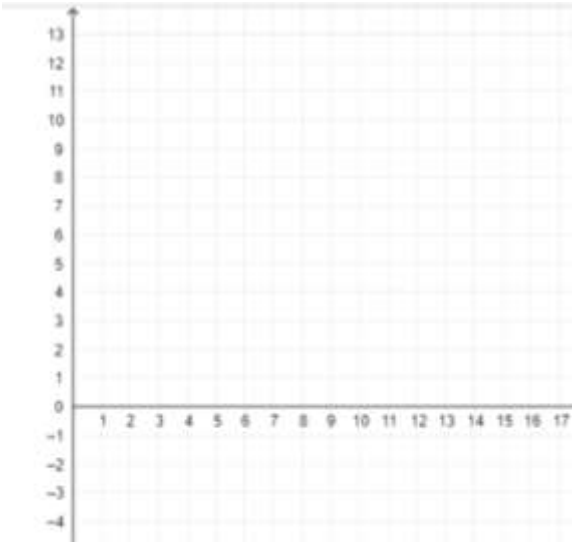
Exercício 1: Uma partícula em movimento uniformemente variado obedece a seguinte função horária do espaço $s(t) = 12 - 8t + t^2$, com s em metros e t em segundos.

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0s a 8s.

t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



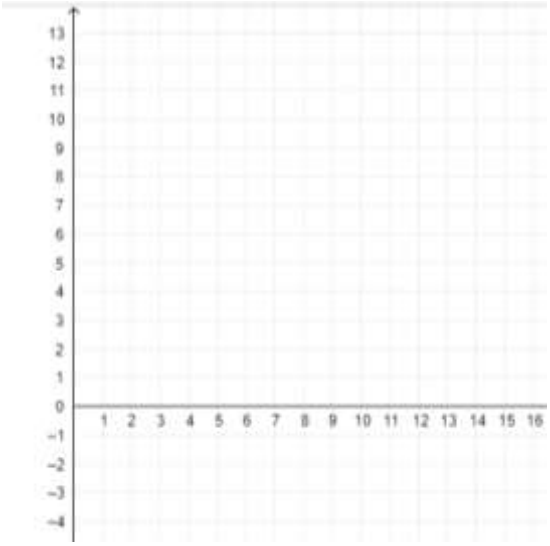
b) Determine a função horária da velocidade e construa o gráfico vxt de 0s a 8s.



t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

c) Calcule a aceleração e construa o gráfico a x t no intervalo de 0s a 8s.

t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



APÊNDICE D – Avaliação de Potência

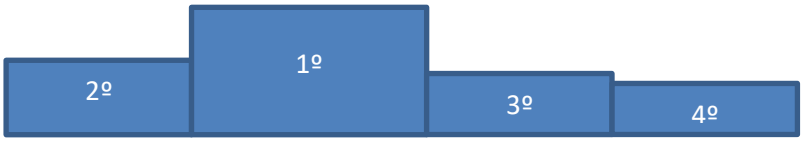
	PROFESSORA	MARINA GOMES DA SILVA		
	DATA:	_____/_____/_____		
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – POTÊNCIA			
MODALIDADE DE ENSINO	**TURMA**	**BIMESTRE**	**TURNO**	**DISCIPLINA**
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

1. Em grupo de 4 pessoas você participará de um jogo de adivinhação. Anote os resultados obtidos pelos seu grupo neste jogo. (C1 – Primeira carta).

Nome	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10

Nome	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20

Agora preencha o pódio de acerto com o nome de cada componente e a quantidade de questões que adivinhou.



2. Faça um breve resumo sobre o que você aprendeu sobre Potência.